

MAE 151 GENEL MATEMATİK I		Vize Sınavı				07/12/2018	
Ad Soyad : _____		Saat : 16:00		Süre : 90 dk			
No : _____		1	2	3	4	5	T
İmza : _____							

SORU 1 Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulunuz.

a $2 \leq \frac{x^2+x-14}{x-1} < x$ (15p)

$$2 \leq \frac{x^2+x-14}{x-1} \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2+x-14-2(x-1)}{x-1} \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2-x-12}{x-1}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{(x-4)(x+3)}{x-1}$$

	-3	1	4	
x^2-x-12	+	0	-	-
$x-1$	-	0	+	+
$\frac{(x-4)(x+3)}{x-1}$	-	+	-	+

(6p) $[-3, 1) \cup [4, \infty)$

$$\frac{x^2+x-14}{x-1} < x \Rightarrow \frac{x^2+x-14}{x-1} - x < 0 \Rightarrow \frac{2(x-7)}{x-1} < 0$$

	1	7	
$x-7$	-	-	0
$x-1$	-	0	+
$\frac{x-7}{x-1}$	+	-	+

(1, 7) (6p)

Buna göre çözüm kümesi $[4, 7)$ aralığıdır. (3p)

b $|x-1| - |x+3| < 2$ (10p)

	-3	1	
$x-1$	-	0	+
$x+3$	-	0	+
$-x+1 - (-x-3) < 2$			
$4 < 2$			
yanlış önerme			
çözüm yok			

(2p)

$-x+1 - (x+3) < 2$		
$-2x-2 < 2 \Rightarrow -2x < 4 \Rightarrow x > -2$		
çözüm = $(-2, 1)$		

(2p)

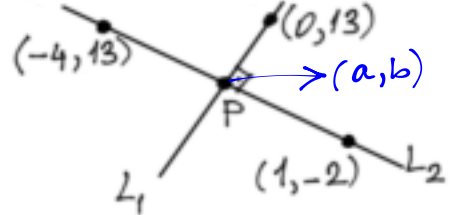
$x-1 - (x+3) < 2$		
$-4 < 2$		
doğru önerme		
çözüm = $[1, \infty)$		

(2p)

Çözüm kümesi = $(-2, \infty)$ (2p)

SORU 2

a Aşağıdaki şekilde L_1 ve L_2 doğruları bir P noktasında dik olarak kesişiyor. Buna göre P noktasının koordinatları nedir? (10p)



$$m_{L_2} = \frac{-2-13}{1-4} = -3 \Rightarrow m_{L_1} = \frac{1}{3} = \frac{b-13}{a}$$

$$\Rightarrow a = 3b - 39 \Rightarrow a - 3b = -39$$

$$-3 = m_{L_2} = \frac{b+2}{a-1} \Rightarrow -3a+3 = b+2$$

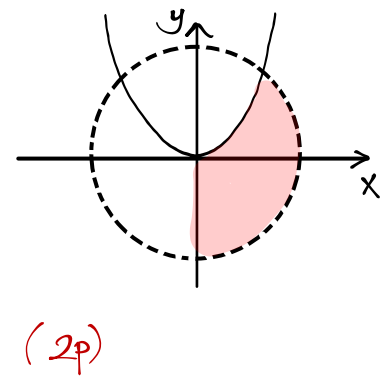
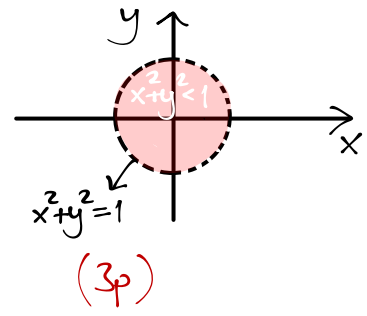
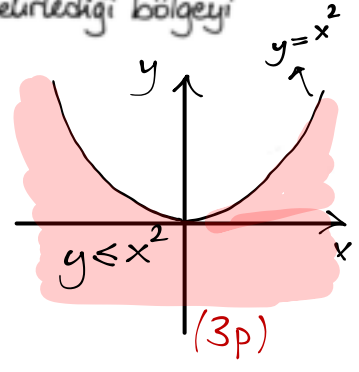
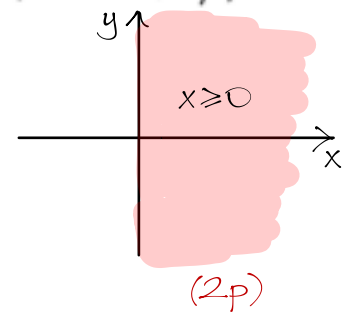
$$\Rightarrow -3a - b = -1$$

$$\begin{array}{r} a - 3b = -39 \\ -3a - b = -1 \\ \hline 10a = -36 \end{array}$$

$$\Rightarrow a = -3,6 \Rightarrow b = -3a + 1 = 11,8$$

b Düzlemde $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq x^2 \\ x^2 + y^2 < 1 \end{cases}$

eşitsizlik sisteminin belirlediği bölgeyi çiziniz. (10p)

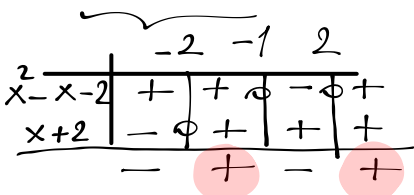


SORU 3

a) $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ olduğuna göre

$f(x) = \sqrt{\text{sgn}\left(\frac{x^2-x-2}{x+2}\right)}$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini bulunuz. (10p)

$$\frac{x^2-x-2}{x+2} > 0 \text{ ve } x+2 \neq 0$$

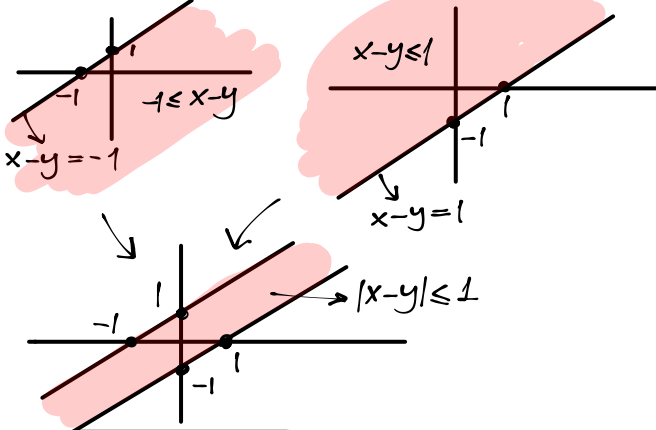


tanım kümesi = $(-2, -1) \cup (2, \infty)$ (8p)
görüntü kümesi = $\{1\}$ (2p)

SORU 4

a) \mathbb{R} üzerindeki $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : |x-y| \leq 1\}$ bağıntısının grafiğini çiziniz. (10p)

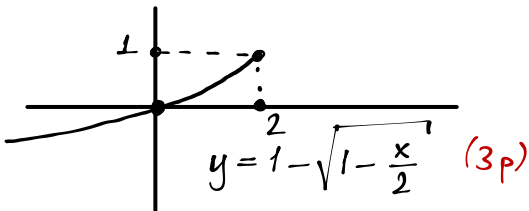
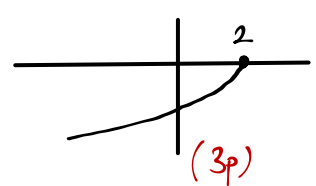
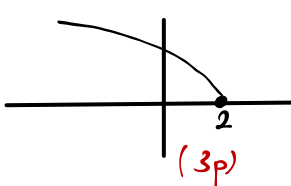
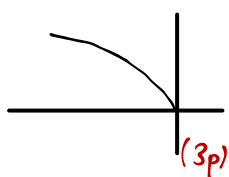
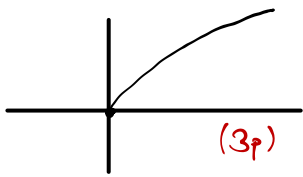
$$|x-y| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x-y \leq 1$$



SORU 5

$f(x) = 1 - \sqrt{1 - \frac{x}{2}}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Çizdiğiniz grafiği kullanarak $f(x)$ fonksiyonun görüntü kümesini bulunuz. (15p)

$$y = \sqrt{\frac{x}{2}} \xrightarrow{x \leftrightarrow -x} y = \sqrt{-\frac{x}{2}} \xrightarrow{x \leftrightarrow x-2} y = \sqrt{1 - \frac{x}{2}} \xrightarrow{y \leftrightarrow -y} y = -\sqrt{1 - \frac{x}{2}}$$



b) $f(x)$ fonksiyonunun grafiği düzlemde bir doğrudur. Buna göre hangi $f(x)$ fonksiyonları $(f \circ f)(x) = 4x - 3$ eşitliğini sağlar? (10p)

$f(x) = ax + b$ şeklindedir.

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + b) \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \text{ ve } ab + b = -3$$

$$a = 2 \text{ veya } a = -2. \quad a = 2 \Rightarrow b = -1$$

$$a = -2 \Rightarrow b = 3$$

$$f(x) = 2x - 1 \text{ veya } f(x) = -2x + 3.$$

b) $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesi veriliyor. Denklik sınıfları $\{a, d\}$, $\{b\}$ ve $\{c, e\}$ kümeleri olan A üzerindeki denklik bağıntısını bulunuz. (10p)

$$\{(a, a), (d, d), (a, d), (d, a), (b, b), (c, c), (e, e), (e, c), (c, e)\}$$