



DEPREM SEMPOZYUMU



JEODEZİK GPS DEFORMASYON AĞLARININ SKALER AMAÇ FONKSİYONLARI VE ÖLÇÜT MATRİSLERİ İLE ÖLÇÜ PLANI OPTİMİZASYONU

Mualla YALÇINKAYA & Kamil TEKE



GİRİŞ

- # Deformasyon ağlarında hareketlerin gerçekçi biçimde belirlenmesi için tesis edilecek ağın **duyarlık ve güven yönünden en uygun olması** gerekir.
- # GPS deformasyon ağlarının optimizasyonunda seçilecek amaç fonksiyonları, ağın **homojen ve izotrop** yapıda olmasını ve ağ **nokta konum duyarlıklarının yüksek** olmasını sağlamalıdır.
- # Uygulama GPS ağının optimizasyonunda amaç fonksiyonları olarak, deformasyon ağlarından beklenen duyarlık isteklerini sağlayan **tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi** ve **A- ve E-optimal ağ skaler fonksiyonları** seçilmiştir.

ÖLÇÜT MATRİSLERİ İLE OPTİMİZASYON

- + Tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisinin oluşturulması →
- + Ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım (U,m) yöntemi ile bazların ağırlıklarının hesaplanması →
- + Ağırlıkları negatif ve sifıra yakın olan bazların ölçü planından çıkarılmasıyla en uygun baz konfigürasyonunun belirlenmesi ve optimum ağı oluşturulan bazların optimal ağırlık dağılımının hesaplanması →

Ölçüt matrisinin oluşturulması

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \varphi_m(S) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m(S) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m(S) \end{bmatrix} + [\varphi_1(s) - \varphi_m(s)] \begin{bmatrix} \frac{\Delta X^2}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta Y^2}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Z^2}{S^2} \end{bmatrix}$$

$\varphi_m(S) = \varphi_1(S) = \varphi(S)$ (Tam izotrop yapı)

$\varphi(S) = d^2 - 2c^2 S_{ij(km)}$ (Korelasyon fonksiyonu)

Tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} \\ d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 \end{bmatrix}$$



U, m çözümleri ile en uygun baz konfigürasyonu ve ölçü ağırlıklarının belirlenmesi

$$A^T P A \doteq \bar{Q}_{xx}^+ \quad (\text{İkinci derece optimizasyon temel eşitliği})$$

$$(A^T \odot A^T) p \doteq q$$

$$p = \text{vektör}(P)$$

$$q = \text{vektör}(\bar{Q}_{xx}^+)$$

$$(A^T \odot A^T) p = q + d$$

En Küçük Kareler Çözümü

$$d^T d = e^T \{ [(A^T P A) - \bar{Q}_{xx}^+] * [(A^T P A) - \bar{Q}_{xx}^+] \} e \Rightarrow \min$$

$$p = [(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T)]^+ (A^T \odot A^T)^T q$$

$$(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T) = (A A^T * A A^T)$$

$$p = (A A^T * A A^T)^+ (A^T \odot A^T)^T q \quad (\text{Ölçü Ağırlıkları})$$



λ çarpanı ile doğrusal dönüşüm

$$\lambda = \frac{\text{iz}[(A^T P A)^+ (A^T P A)^+]}{\text{iz}[(A^T P A)^+ \bar{Q}_{xx}]}$$

$p_d = \lambda p$ (Ölçü ağırlıklarına uygulanan doğrusal dönüşüm)

Global ölçüt değeri

$$d^T d = e^T \{[(A^T P_d A) - \bar{Q}_{xx}^+] * [(A^T P_d A) - \bar{Q}_{xx}^+]\} e$$

$$B = (A^T P_d A)^+ \bar{Q}_{xx}^+ \longrightarrow \lambda_{\max} \text{ (Eş değerlik testi değeri)}$$

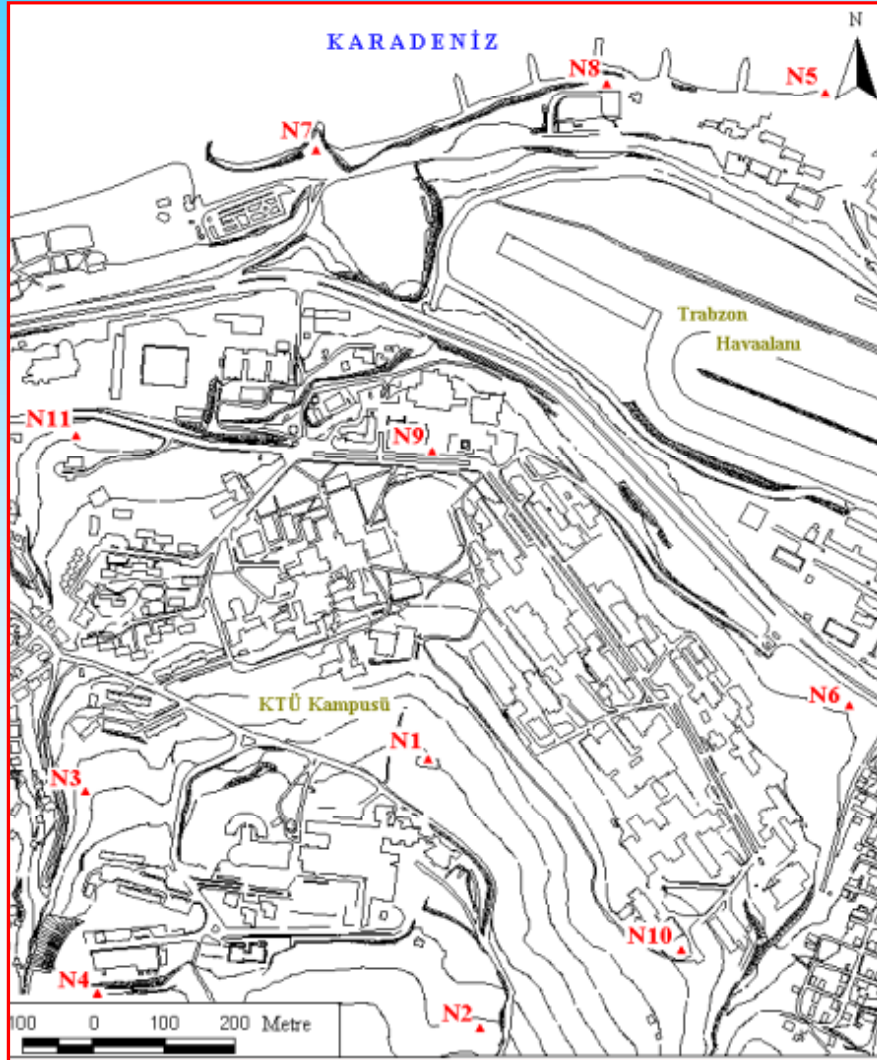
SKALER AMAÇ FONKSİYONLARI İLE OPTİMİZASYON

Ağ noktalarının duyarlık yönünden **homojen** yapıda olmasını hedefleyen **A-optimal** ve **izotrop** yapıda olmasını hedefleyen **E-optimal** ağ amaç fonksiyonlarının seçilmesi.

A-optimal amaç fonksiyonu	$Z = \lambda_{\max.}$
E-optimal amaç fonksiyonu	$Z = \text{iz}(K_{xx}) = m \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i$

Simülasyon yöntemlerinden **Tekrarlı En Küçük Kareler** yöntemiyle yaklaşık optimal çözüme ulaşılması.

UYGULAMA

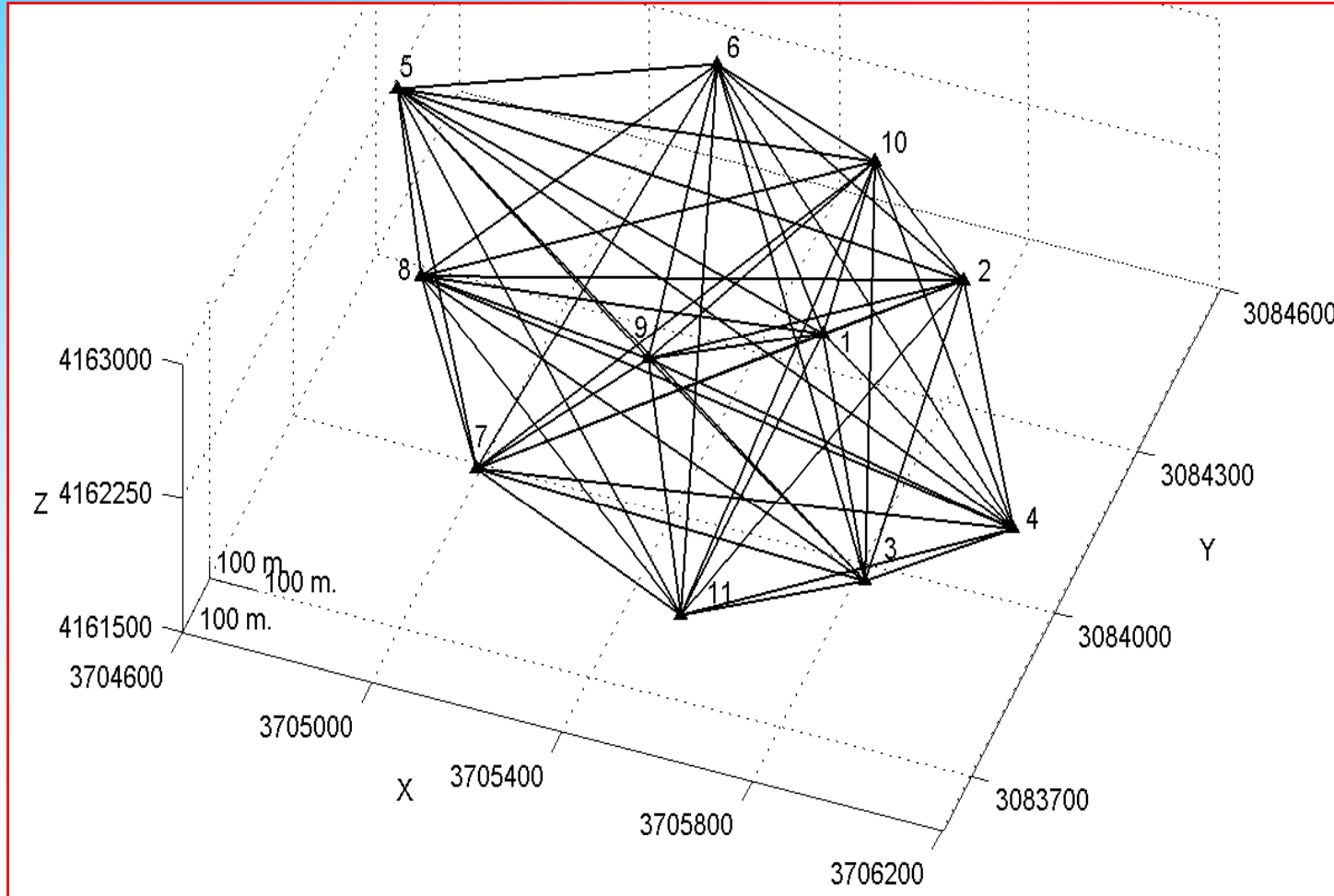


DUTM PROJeksiYON KOORDİNATLARI

NN.	SağA (m)	Yukarı (m)
N1	4540356.80	564887.70
N2	4539975.60	564959.00
N3	4540331.20	564400.70
N4	4539970.60	564450.70
N5	4541260.20	565500.60
N6	4540417.70	565480.90
N7	4541223.20	564736.20
N8	4541285.40	565126.30
N9	4540774.10	564895.30
N10	4540077.10	565244.50
N11	4540791.90	564387.90

Ölçüt Matrisleri İle Ölçü Planı Optimizasyon

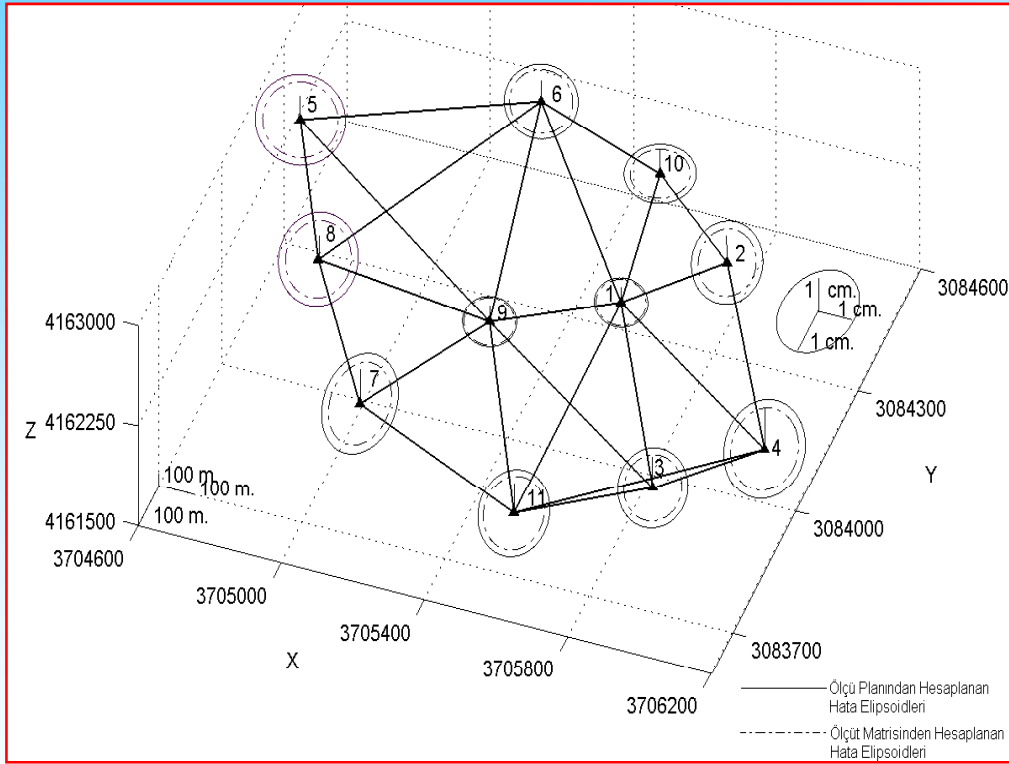
Maksimum ölçü planı



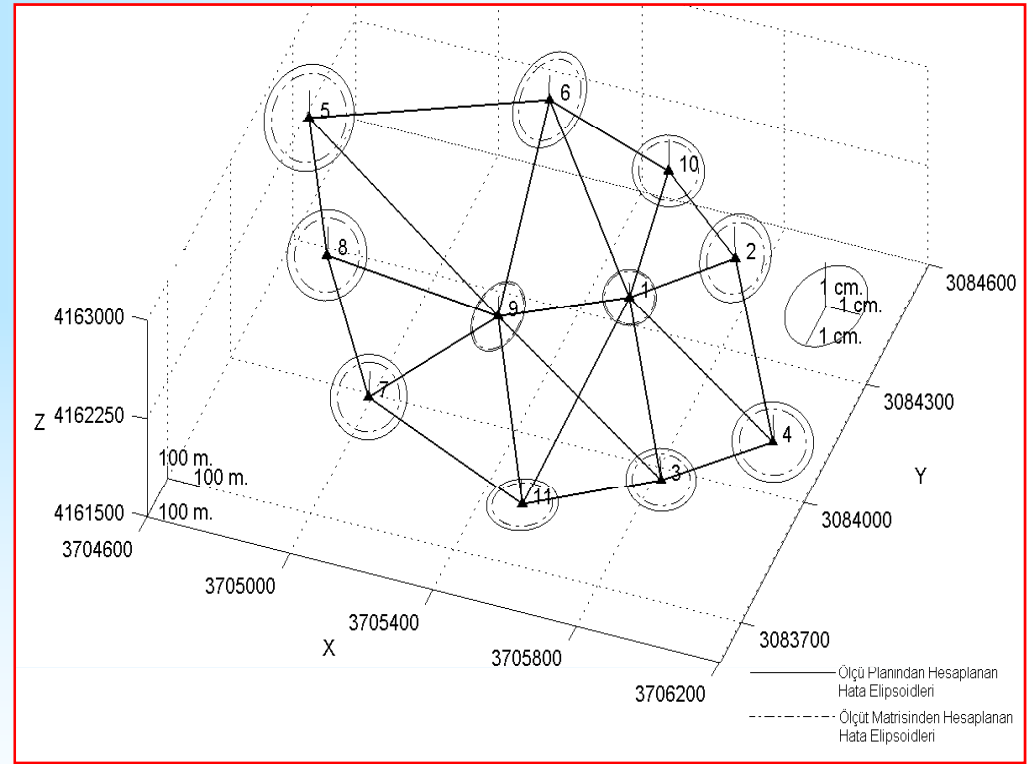
Optimizasyon Sonuçları

	Birinci Adım	İkinci Adım	Üçüncü Adım	Dördüncü Adım
Optimizasyona Giren Ölçü Sayısı	$55*3 = 165$	$24*3=72$	$22*3=66$	$18*3=54$
Ölçü Planından Çıkarılan Ölçü Sayısı	$31*3 = 93$	$2*3=6$	$4*3=12$	$1*3=3$
Kalan Ölçü Sayısı	$24*3 = 72$	$22*3=66$	$18*3=54$	$17*3=51$
Global Ölçüt Değeri ($d^T d$)	1.11	1.14	1.19	6.74
Eş Değerlik Testi Değeri	1.05	1.05	1.07	1.75

Optimizasyon adımları

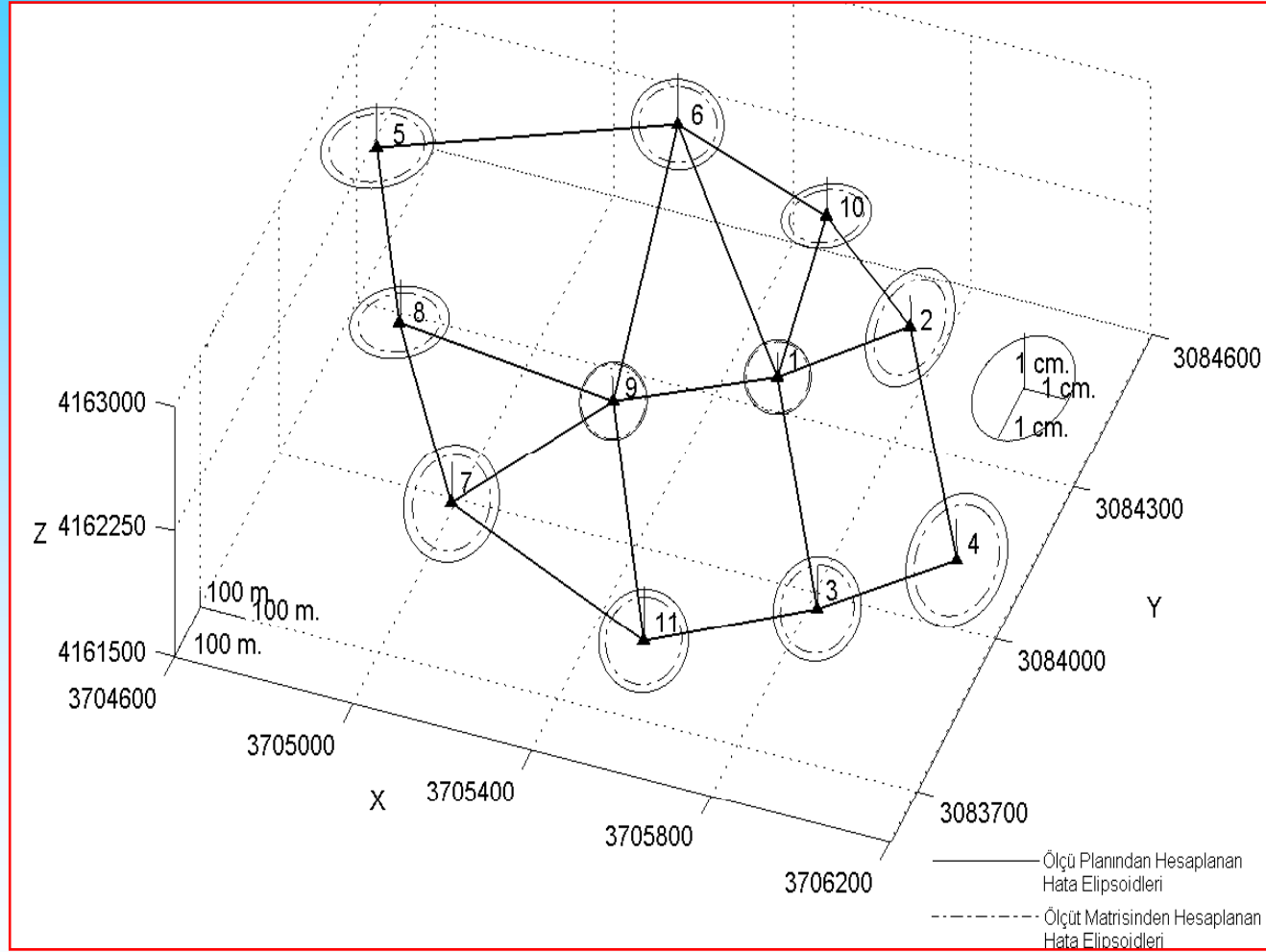


1. Adım



2. Adım

Optimizasyon adımları



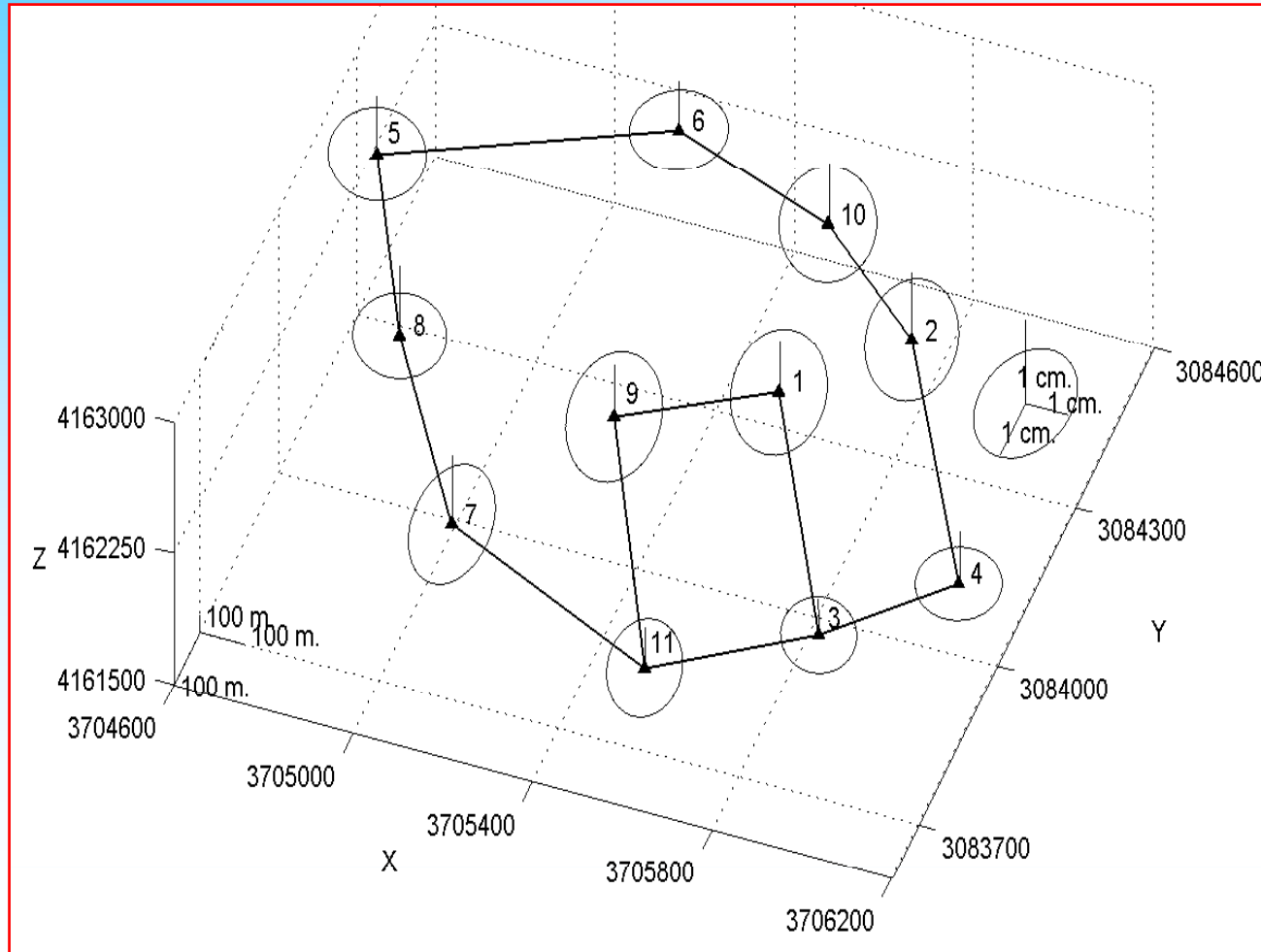
3. Adım (Optimum ağ)

Optimal ağırlıklar

Bazlar	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$	Optimal Ağırlıklar	Bazlar	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$	Optimal Ağırlıklar
N1-N2	164.40	225.27	270.73	0.4403	N5-N6	466.13	352.64	608.43	0.2547
N1-N3	308.11	377.36	32.18	0.3322	N5-N8	224.59	299.62	21.28	0.7603
N1-N6	453.01	395.32	9.14	0.1217	N6-N9	200.19	590.98	284.26	0.1667
N1-N9	252.81	195.66	275.13	0.6208	N6-N10	345.58	23.81	230.79	0.6462
N1-N10	107.43	371.51	239.93	0.2146	N7-N8	277.53	277.33	46.69	0.6739
N2-N4	329.69	386.95	4.43	0.4752	N7-N9	164.20	338.60	298.76	0.2871
N2-N10	271.84	146.23	30.81	0.8597	N7-N11	468.61	67.91	291.97	0.4237
N3-N4	185.98	215.69	234.13	0.7299	N8-N9	441.73	61.27	345.45	0.2170
N3-N11	256.52	221.84	314.10	0.5671	N9-N11	304.41	406.51	6.79	0.2693

Skaler Amaç Fonksiyonları İle Ölçü Planı Optimizasyonu

Minimum ölçü planı



Optimizasyon Sonuçları

A - Optimal

E - Optimal

Adım No	Eklenen Baz	E-Optimal ağ amaç fonk.	A-Optimal ağ amaç fonk.
1	N6-N1	0.89	19.742
2	N2-N1	0.87	17.640
3	N8-N9	0.79	15.373
4	N7-N9	0.78	14.589
5	N4-N10	0.76	13.340
6	N5-N10	0.66	11.858
7	N5-N9	0.64	10.962

$$A_{H(j)} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_{(j)}} \Rightarrow 0.6 = 1 \sqrt{\lambda_{(j)}} \Rightarrow \lambda_j = 0.36$$

$$\left(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \right)_j \leq 0.36 * 11 * 3 \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \right)_j \leq 11.88$$

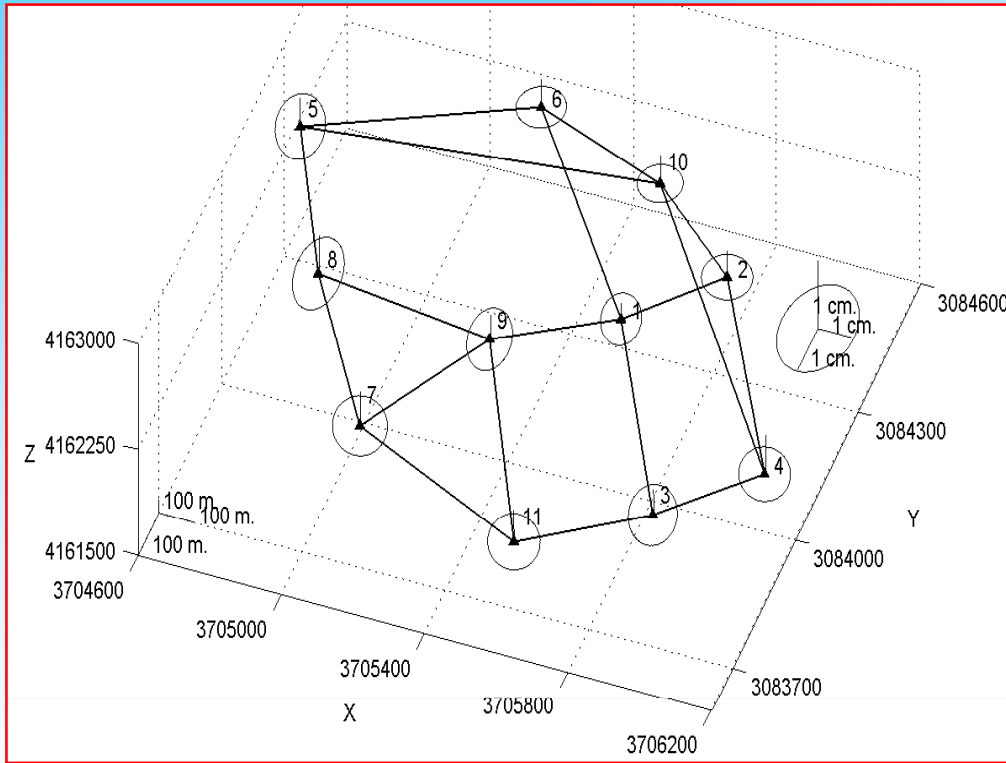
$$\left(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \right)_5 = 13.340 \quad ; \quad \left(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \right)_6 = 11.858$$

$$A_{H_{\max(j)}} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_{\max(j)}} \leq 0.8 \text{ cm}$$

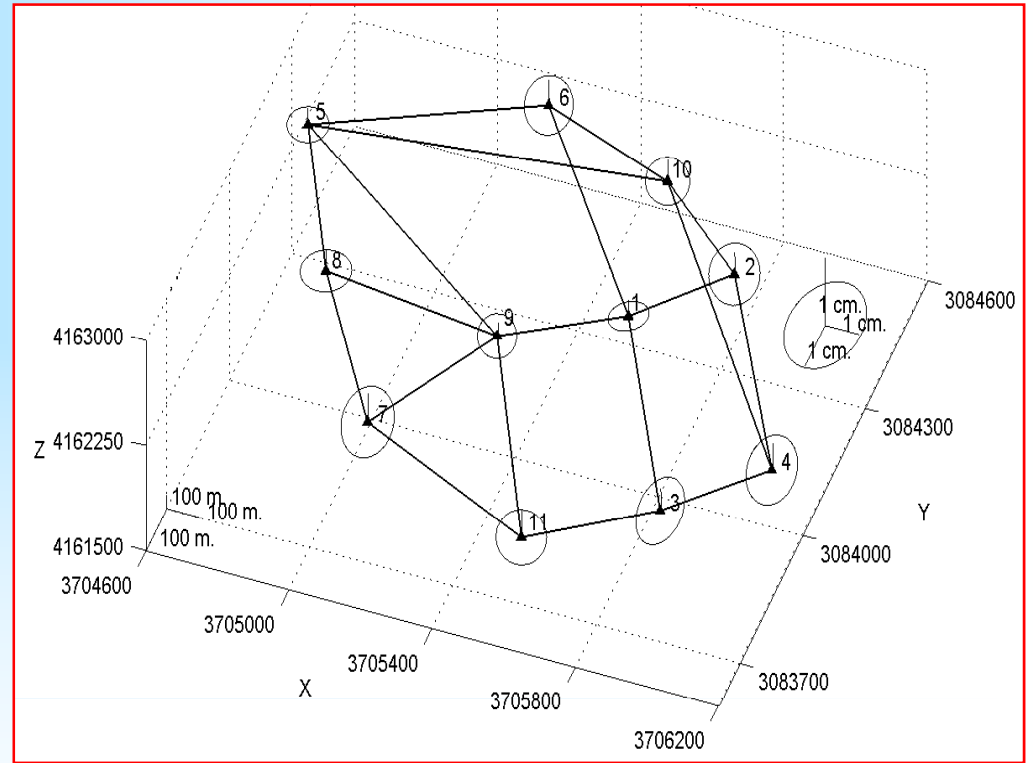
$$\lambda_{\max(j)} \leq 0.64$$

$$\lambda_{\max(7)} = 0.64$$

Optimum ağlar



A - Optimal



E - Optimal



Sonuçlar

- Deformasyon ağlarında noktaların konumlarındaki değişimin gerçeğe en yakın belirlenmesi ağın **nokta konum hatalarının minimum** olmasını ve noktaların birbirine göre hareketlerinin doğru yorumlanabilmesi ağın **homojen ve izotrop** yapıda olmasını gerektirir.
- Uygulamada, amaç fonksiyonları olarak deformasyon ağlarından beklenen duyarlık isteklerini sağlayan **tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi ve A- ve E-optimal ağ** skaler amaç fonksiyonları seçilmiştir.



Sonuçlar

• **Ölçüt matrisi** ile ölçü planı optimizasyonunda, ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım çözüm algortimasında ölçüt matrisine yaklaşıldığında en uygun ağ geometrisine ulaşıldığına karar verilerek optimal ağırlıklar saptanmıştır.

• **Skaler amaç fonksiyonları** ile ölçü planı optimizasyonunda, amaç fonksiyonları için belirlenen sınır değer koşulları sağlandığında optimal ölçü planına ulaşıldığına karar verilmiştir.



Sonuçlar

- + Ölçüt matrislerinin, ağdaki tüm noktalara ilişkin duyarlık beklentilerini karşılaması yönü ile skaler amaç fonksiyonlarından üstün olduğu görülmüştür.
- + Ölçüt matrisine uygulanan **analitik yöntem** (U,m), skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonda kullanılan **simülasyon yönteminden** (Tekrarlı En Küçük Kareler) daha zor bir algoritmaya sahip olduğu saptanmıştır.



Sonuçlar

- # Skaler amaç fonksiyonları kullanılarak yapılan bir optimizasyon işleminde, ölçüt matrisleri ile yapılan optimizasyondan farklı olarak **tam optimum ağa ulaşamadığı** belirlenmiştir.
- # Programlama algoritmasının kolaylığı ve bilgisayar destekli yinelemeli çözüme uygunluğu skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonun üstünlüğü olarak belirlenmiştir.

TEŐEKKÜR EDERİM