



I. ULUSAL MÜHENDİSLİK ÖLÇMELERİ SEMPOZYUMU



JEODEZİK GPS AĞLARINDA DUYARLIK ve GÜVEN ANALİZİ

Mualla YALÇINKAYA

mualla@ktu.edu.tr

Kamil TEKE

k_teke@ktu.edu.tr

Temel BAYRAK

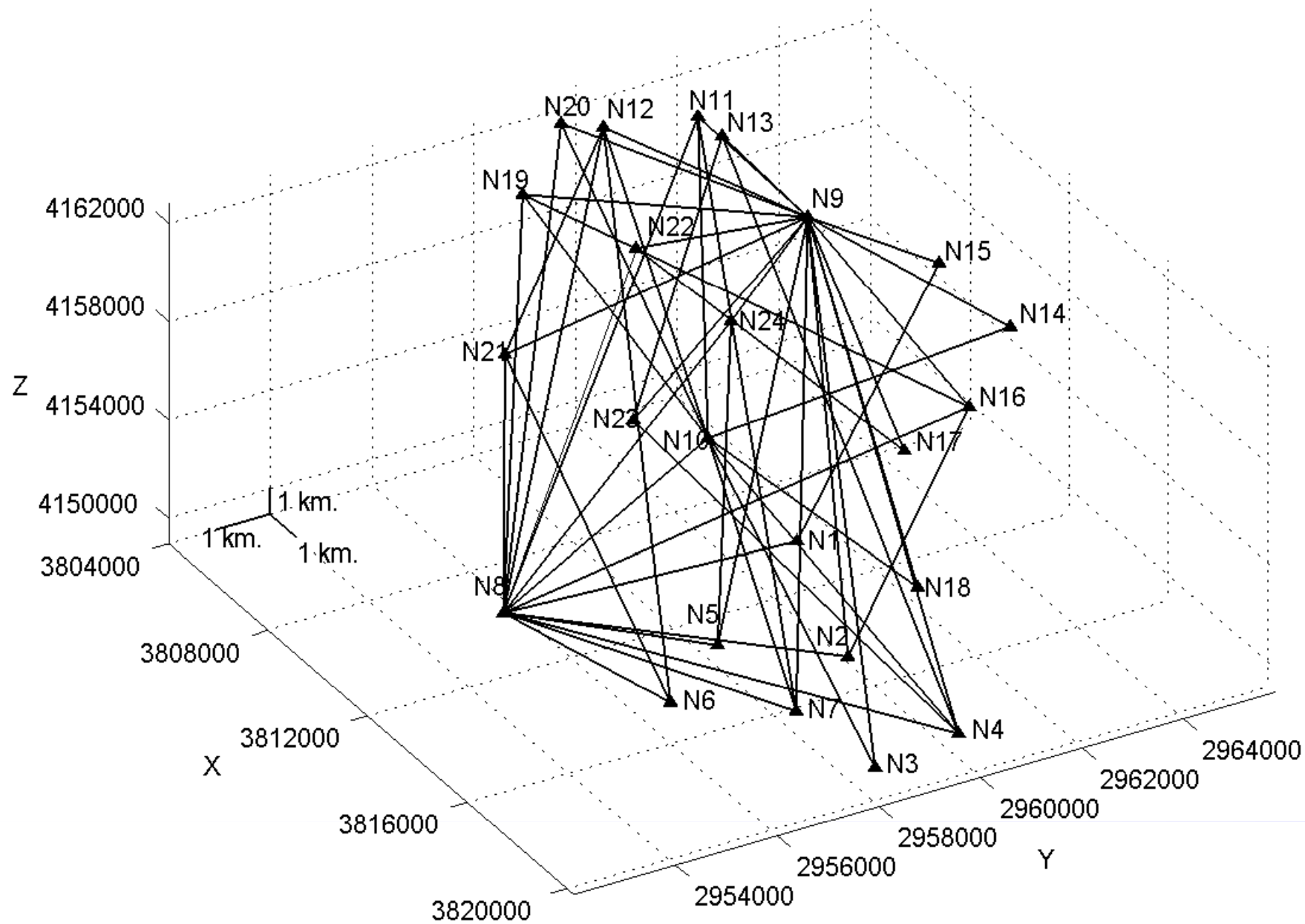
temelbayrak@hotmail.com

ÇALIŞMANIN AMACI

- Jeodezik ağlar, kuruluş amaçlarına uygun ve kendilerinden beklenen duyarlık ve güvenilirlik isteklerini yeterince karşılayabilecek yapıda olmalıdırlar. Jeodezik ağların kurulma amaçlarına yönelik duyarlık ve güven isteklerini sağlayıp sağlamadıkları duyarlık ve güven ölçütleri ile denetlenir.
- Bu çalışmada, bir jeodezik GPS ağının kuruluş amacına uygunluğunun duyarlık ve güven analizi ile belirlenmesi amaçlanmıştır.

- Uygulamada, Ordu ilinde tesis edilmiş bir jeodezik sıklaştırma GPS ağı kullanılmıştır. Ağın duyarlık ve güven ölçütleriyle analizi yapılmış ve ağın duyarlık ve güveninin arttırılmasına yönelik uygulanabilir çözüm önerileri sunulmuştur.

Uygulama GPS ağı



UYUŞUMSUZ ÖLÇÜNÜN BELİRLENMESİ

$$l + v = [A \quad e_j] \begin{bmatrix} x \\ \Delta_j \end{bmatrix} \longrightarrow \text{Genişletilmiş fonksiyonel model}$$

$$\Delta_j = -\frac{e_j^T P v}{e_j^T P Q_{vv} P e_j}, \quad q_{\Delta\Delta} = \frac{1}{e_j^T P Q_{vv} P e_j} \longrightarrow \text{j. ölçüdeki kaba hatanın büyüklüğü ve ters ağırlığı}$$

$$s_0 = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} \left(P_{vv} - \frac{\Delta_j}{q_{\Delta\Delta}} \right)} \longrightarrow \text{Genişletilmiş modelden hesaplanan birim ölçünün ortalama hatası}$$

$$\left. \begin{array}{l} H_0 : E(\Delta_j) = 0 \\ H_s : E(\Delta_j) \neq 0 \end{array} \right\} \text{Sıfır ve seçenek hipotezleri}$$

$$T_j = \frac{|e_j^T P v|}{s_0 \sqrt{e_j^T P Q_{vv} P e_j}} \longrightarrow \text{Test büyüklüğü}$$

$$\bar{\alpha}/2 = 1 - \sqrt{1 - \alpha/2} \longrightarrow \text{Testin ve t-dağılımının yanılma olasılığı}$$

$$T_{\max} > t_{f-1, 1-\bar{\alpha}/2} \longrightarrow \text{İrdelenen ölçü uyuşumsuzdur.}$$

Uygulama ağında uyşumsuz ölçüler testi

Bazlar	Test Büyüklüğü			t-Tablo Deęeri	Bazlar	Test Büyüklüğü			t-Tablo Deęeri
	$T_{\Delta X_r}$	$T_{\Delta Y_r}$	$T_{\Delta Z_r}$			$T_{\Delta X_r}$	$T_{\Delta Y_r}$	$T_{\Delta Z_r}$	
N8 – N1	0,344	0,857	0,562	2,262	N15 – N9	0,340	0,845	0,551	2,262
N8 – N2	2,199	0,549	0,809	2,262	N16 – N2	1,319	0,327	2,238	2,262
N8 – N4	2,068	0,429	1,462	2,262	N16 – N8	1,185	0,341	0,352	2,262
N8 – N5	0,160	0,977	0,779	2,262	N16 – N9	0,751	0,209	0,269	2,262
N8 – N6	0,962	0,757	0,542	2,262	N17 – N9	0,434	0,987	0,530	2,262
N8 – N7	0,975	1,974	1,436	2,262	N18 – N9	0,549	0,460	0,870	2,262
N9 – N2	0,651	0,585	1,388	2,262	N18 – N10	0,538	0,450	0,871	2,262
N9 – N3	0,116	0,095	1,334	2,262	N19 – N8	1,227	0,485	1,271	2,262
N9 – N4	1,084	0,624	1,291	2,262	N19 – N9	0,549	0,897	0,571	2,262
N9 – N5	0,121	1,310	0,806	2,262	N19 – N10	0,268	0,595	1,022	2,262
N9 – N7	0,857	0,497	1,431	2,262	N19 – N16	0,621	0,772	1,374	2,262
N10 – N1	0,344	0,857	0,562	2,262	N20 – N8	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N2	2,199	0,549	0,809	2,262	N20 – N9	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N3	2,068	0,429	1,462	2,262	N20 – N10	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N4	0,160	0,977	0,779	2,262	N20 – N11	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N5	0,962	0,757	0,542	2,262	N20 – N12	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N6	0,975	1,974	1,436	2,262	N20 – N13	0,344	0,857	0,562	2,262
N10 – N7	2,117	1,795	0,559	2,262	N20 – N14	0,344	0,857	0,562	2,262
N11 – N7	0,473	0,379	0,526	2,262	N20 – N15	0,344	0,857	0,562	2,262
N11 – N8	0,247	0,045	0,596	2,262	N20 – N16	0,344	0,857	0,562	2,262
N11 – N9	0,034	0,359	1,208	2,262	N20 – N17	0,344	0,857	0,562	2,262
N11 – N10	0,254	0,158	0,700	2,262	N20 – N18	0,344	0,857	0,562	2,262
N12 – N6	1,895	0,462	0,516	2,262	N20 – N19	0,344	0,857	0,562	2,262
N12 – N8	1,047	0,091	0,476	2,262	N20 – N20	0,344	0,857	0,562	2,262
N12 – N9	0,762	0,744	0,365	2,262	N21 – N6	0,132	1,086	0,885	2,262
N12 – N10	1,443	0,773	0,591	2,262	N21 – N8	1,432	0,451	0,652	2,262
N13 – N4	0,337	0,009	0,636	2,262	N21 – N9	1,079	1,224	0,541	2,262
N13 – N9	0,237	0,573	0,398	2,262	N21 – N12	0,160	0,440	0,294	2,262
N14 – N9	0,975	1,149	0,060	2,262	N21 – N16	0,160	0,440	0,294	2,262
N14 – N10	0,978	1,162	0,052	2,262	N21 – N17	0,160	0,440	0,294	2,262
N15 – N1	0,344	0,857	0,562	2,262	N21 – N18	0,160	0,440	0,294	2,262
					N21 – N19	0,160	0,440	0,294	2,262
					N21 – N20	0,160	0,440	0,294	2,262
					N22 – N8	2,295	1,382	0,016	2,262
					N22 – N9	1,316	1,867	0,457	2,262
					N22 – N17	0,434	0,987	0,530	2,262
					N23 – N4	0,013	1,045	1,859	2,262
					N23 – N9	0,016	0,252	0,582	2,262
					N23 – N13	0,028	0,771	1,172	2,262
					N24 – N5	0,278	0,404	0,080	2,262
					N24 – N8	0,190	0,934	0,338	2,262
					N24 – N9	0,090	0,823	0,389	2,262

DUYARLIK ANALİZİ

- Koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hataları

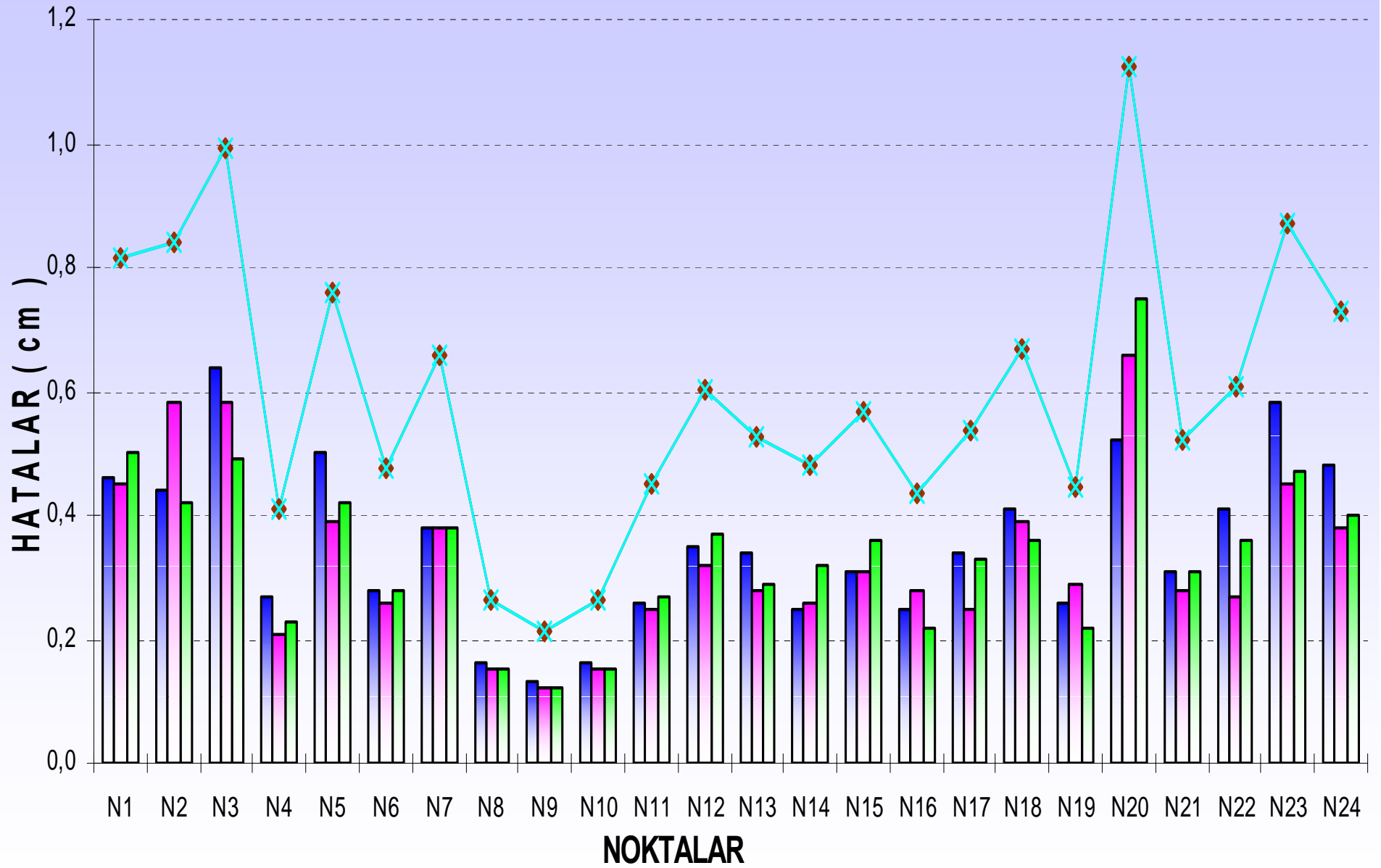
$$m_{X_j} = m_0 \sqrt{q_{X_j X_j}}$$

$$m_{Y_j} = m_0 \sqrt{q_{Y_j Y_j}}$$

$$m_{Z_j} = m_0 \sqrt{q_{Z_j Z_j}}$$

- Helmert nokta konum hataları

$$m_{P_j} = \sqrt{m_{X_j}^2 + m_{Y_j}^2 + m_{Z_j}^2} = m_0 \sqrt{q_{X_j X_j} + q_{Y_j Y_j} + q_{Z_j Z_j}}$$



mx

my

mz

Helmert Ortalama Nokta Konum Hataları

- Helmert nokta hata elipsoidleri

$$A_H = m_0 \sqrt{\lambda_1}$$

$$B_H = m_0 \sqrt{\lambda_2}$$

$$C_H = m_0 \sqrt{\lambda_3}$$

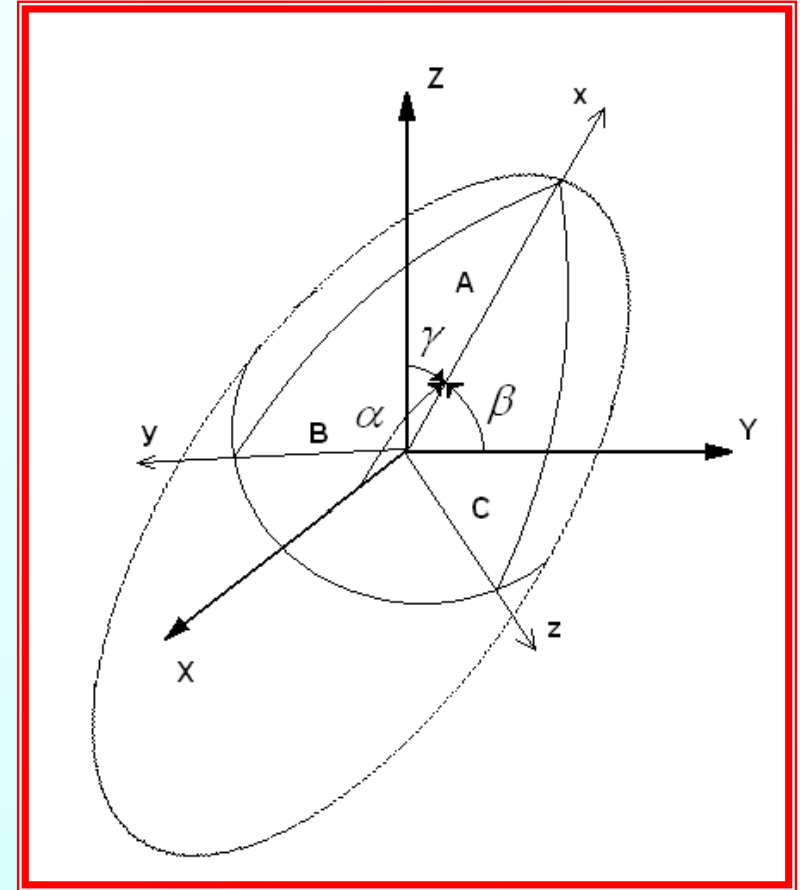
Elipsoidin yarı
eksen uzunlukları

$$\cos \alpha_j = \frac{M_j}{W_j}$$

$$\cos \beta_j = \frac{N_j}{W_j}$$

$$\cos \gamma_j = \frac{T_j}{W_j}$$

Yarı eksenlerin
dönüklükleri



Hata Elipsoidi ile Güven Elipsoidi arasındaki ilişki

$$c = \sqrt{3F_{3,f,1-\alpha}}$$

Serbestlik Derecelemi	F-Tablo (S = 90%)	c	F-Tablo (S = 95%)	c	F-Tablo (S = 99%)	c
1	53,593	12,680	215,710	25,439	5403,40	127,320
2	9,162	5,243	19,164	7,582	99,166	17,248
3	5,391	4,022	9,277	5,275	29,457	9,401
4	4,191	3,546	6,591	4,447	16,694	7,077
5	3,620	3,295	5,410	4,028	12,060	6,015
10	2,728	2,861	3,708	3,335	6,552	4,434
15	2,490	2,733	3,287	3,140	5,417	4,031
20	2,380	2,672	3,098	3,049	4,938	3,849
30	2,276	2,613	2,922	2,961	4,510	3,678
60	2,177	2,556	2,758	2,877	4,126	3,518
∞	2,084	2,500	2,605	2,796	3,782	3,368

$$A_{H\%} = A_G = cA_H = m_0 \sqrt{\lambda_1 3F_{3,f,1-\alpha}}$$

$$B_{H\%} = B_G = cB_H = m_0 \sqrt{\lambda_2 3F_{3,f,1-\alpha}}$$

$$C_{H\%} = C_G = cC_H = m_0 \sqrt{\lambda_3 3F_{3,f,1-\alpha}}$$

$$c = \sqrt{3F_{3,\infty,0.95}} = 2.796$$

$$A_{H\%95} = A_G \cong 2.8 A_H$$

$$B_{H\%95} = B_G \cong 2.8 B_H$$

$$C_{H\%95} = C_G \cong 2.8 C_H$$

Hata elipsoidinin istatistik güveni

$$3F_{3, f, 1-\alpha} = 1$$

$$F_{3, f, 1-\alpha} = 0,3$$

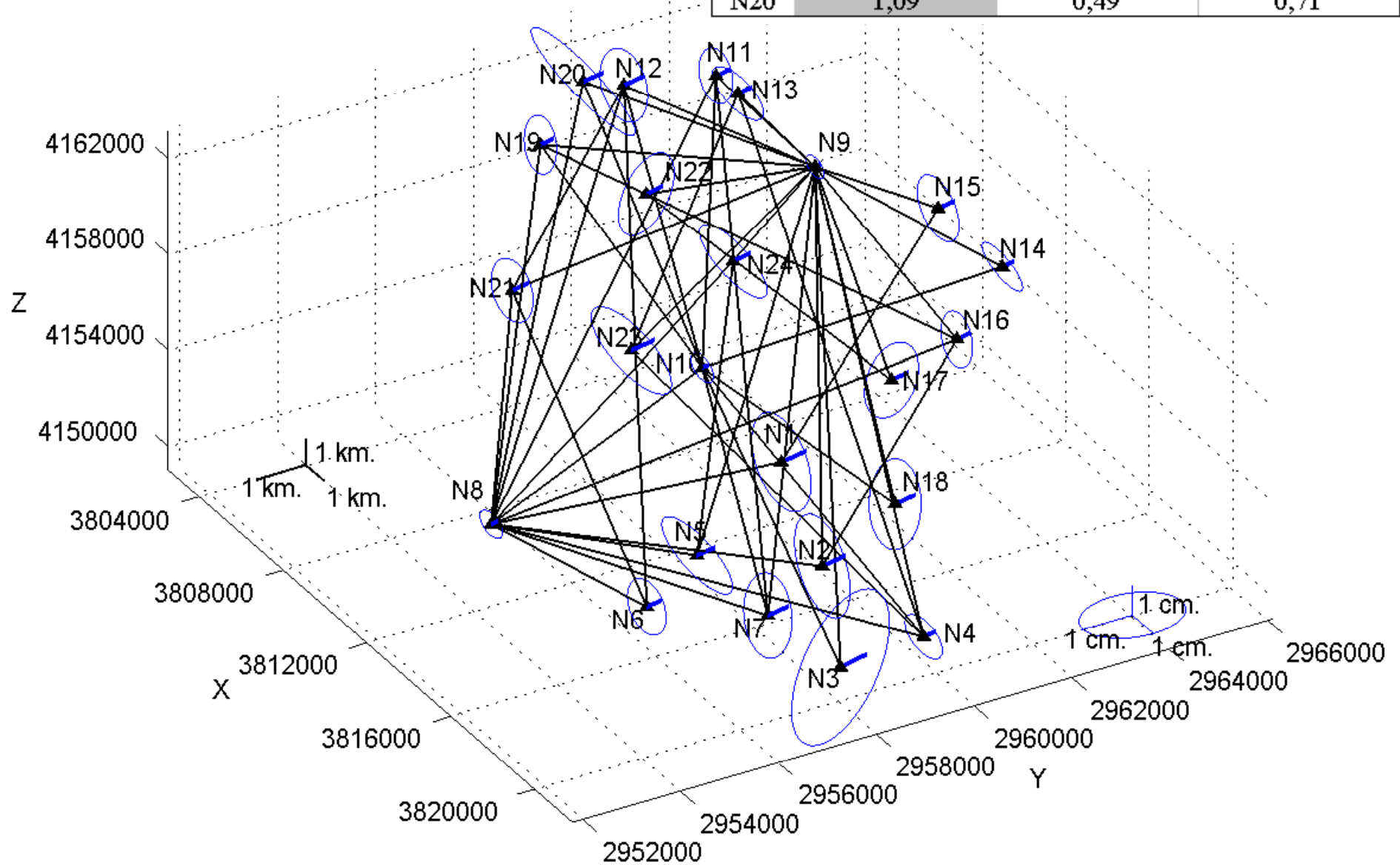
Farklı serbestlik derecelerinde hata elipsoidinin istatistik güveni

Serbestlik Derecesi	Hata Elipsoidinin İstatistik Güveni
1	0,182
2	0,192
5	0,197
10	0,198
∞	0,199

Bir noktanın hata elipsoidi içine düşme olasılığı %18-%20

Helmert nokta hata elipsoidleri

NN.	A_H (cm)	B_H (cm)	C_H (cm)
N3	0,69	1,24	0,92
N20	1,09	0,49	0,71



- Bağıl hata elipsoidleri

$$d = \begin{bmatrix} -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} = FX$$

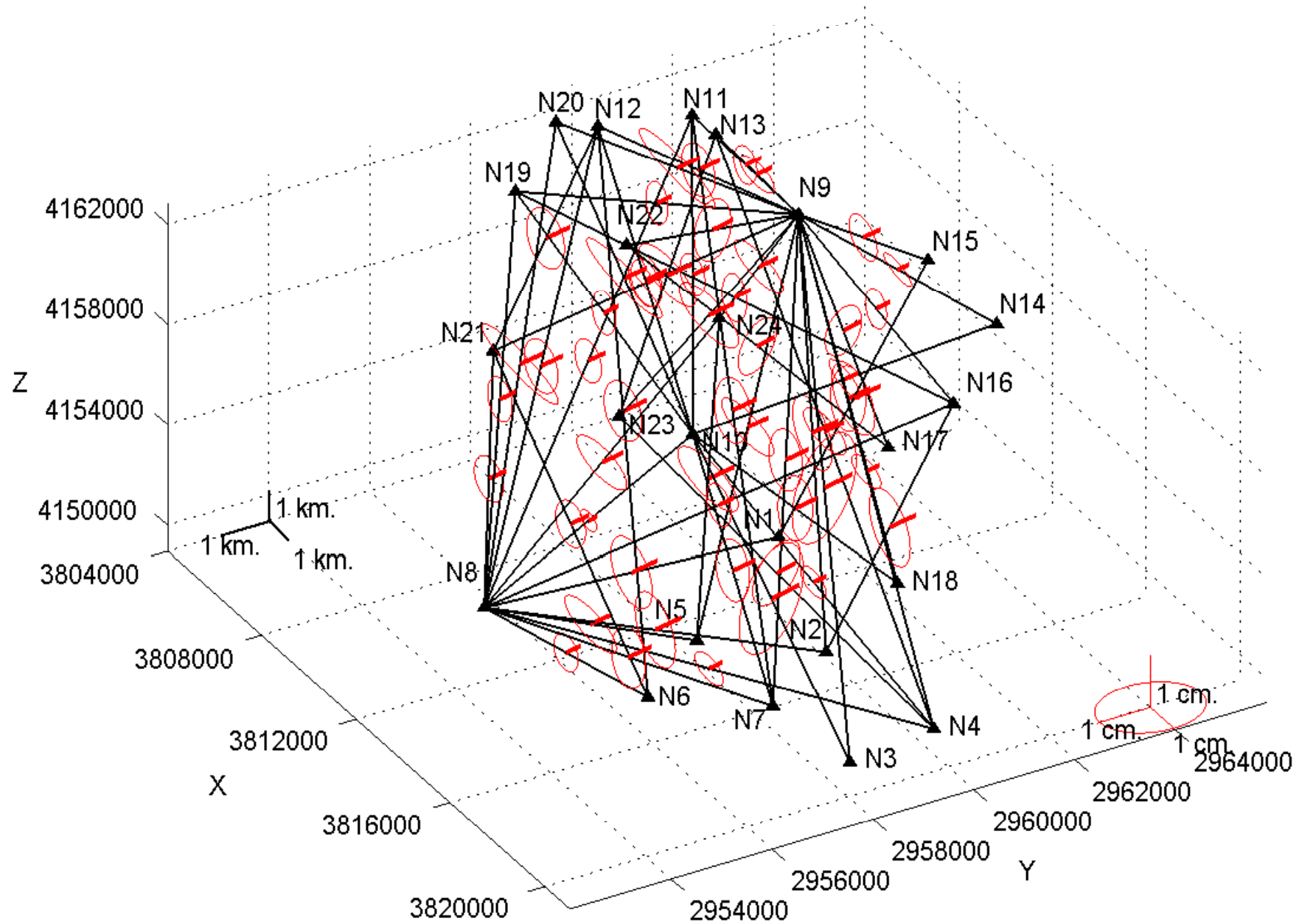
İki noktanın koordinat farklarından oluşan d vektörü

$$Q_{dd} = FQ_{xx}F^T$$

d vektörünün ters ağırlık matrisi



Helmert bağıl hata elipsoidleri



GÜVENİRLİK ANALİZİ

$$r_j = (Q_{vv})_j P_j$$

Ölçülerin Redundanz değerleri

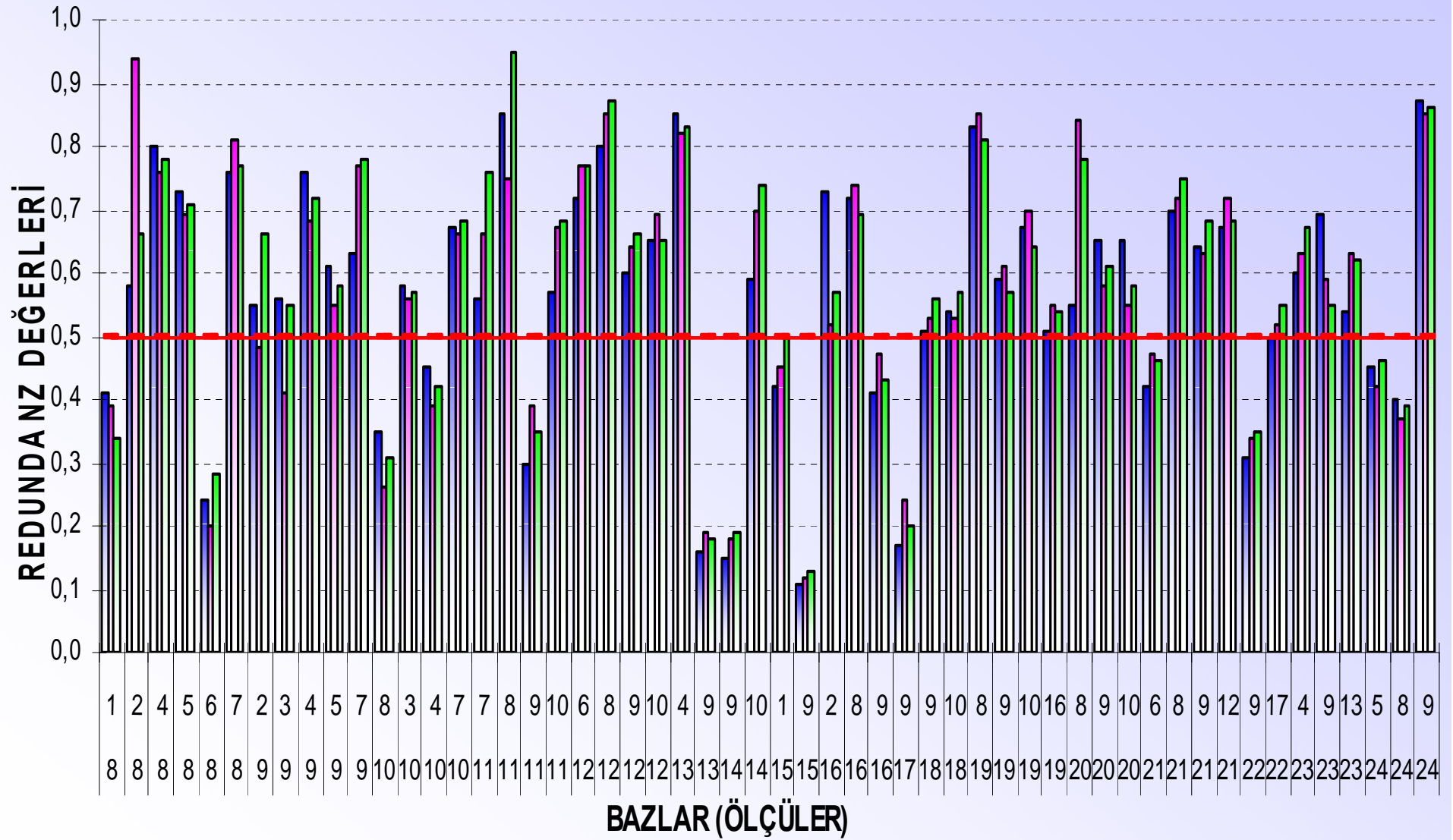
$$|\Delta_{0j}| = m_0 \sqrt{\frac{w_0}{P_j r_j}}$$

İç güven ölçütleri

$$\delta_{0i}^2 = \frac{1 - r_i}{r_i} w_0$$

Dış güven ölçütleri

Baz vektörleri bileşenlerinin redundanz değerleri



$T_{\Delta X_t}$

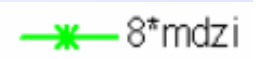
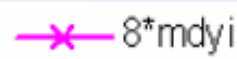
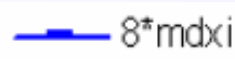
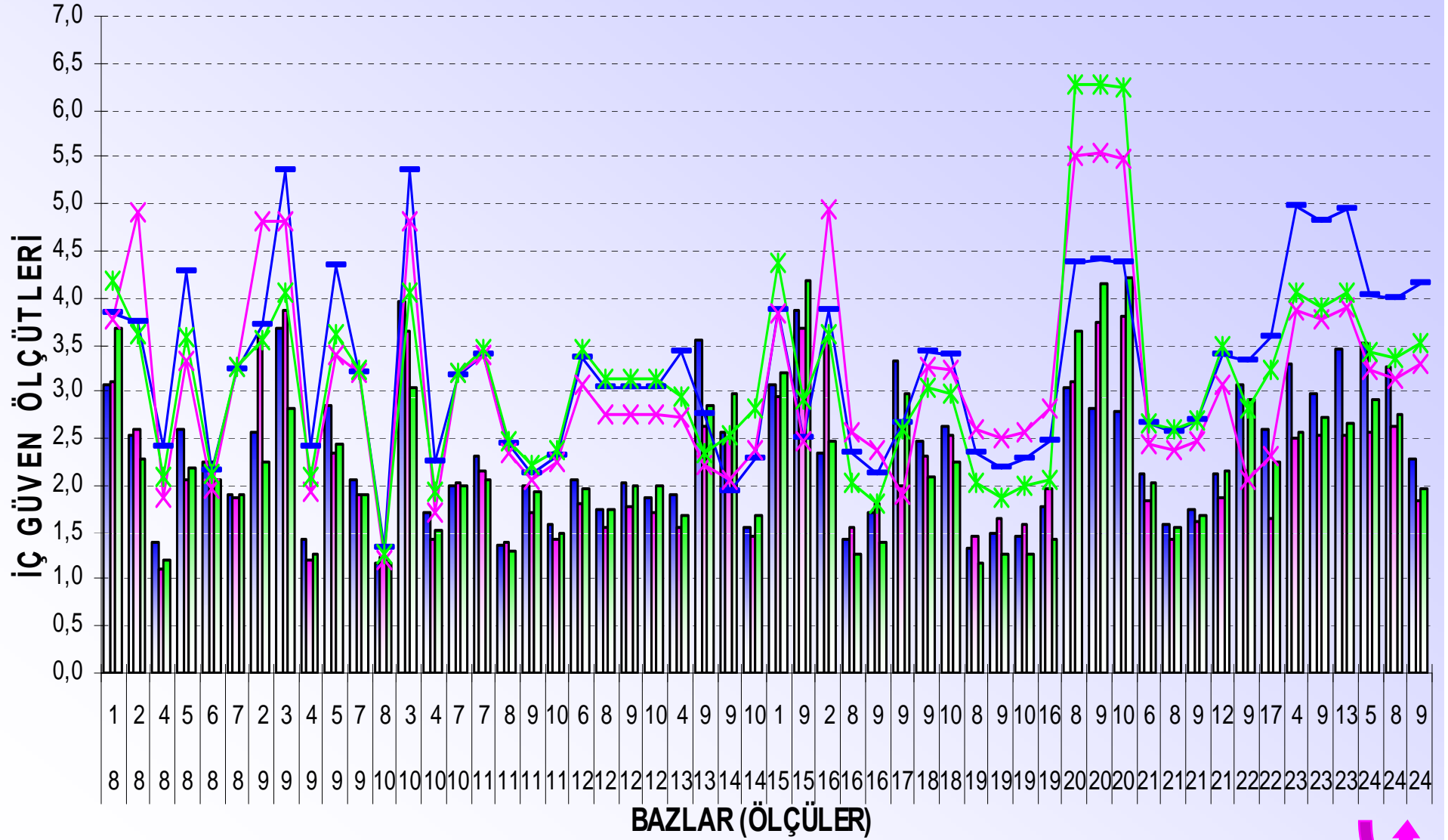
$T_{\Delta Y_t}$

$T_{\Delta Z_t}$

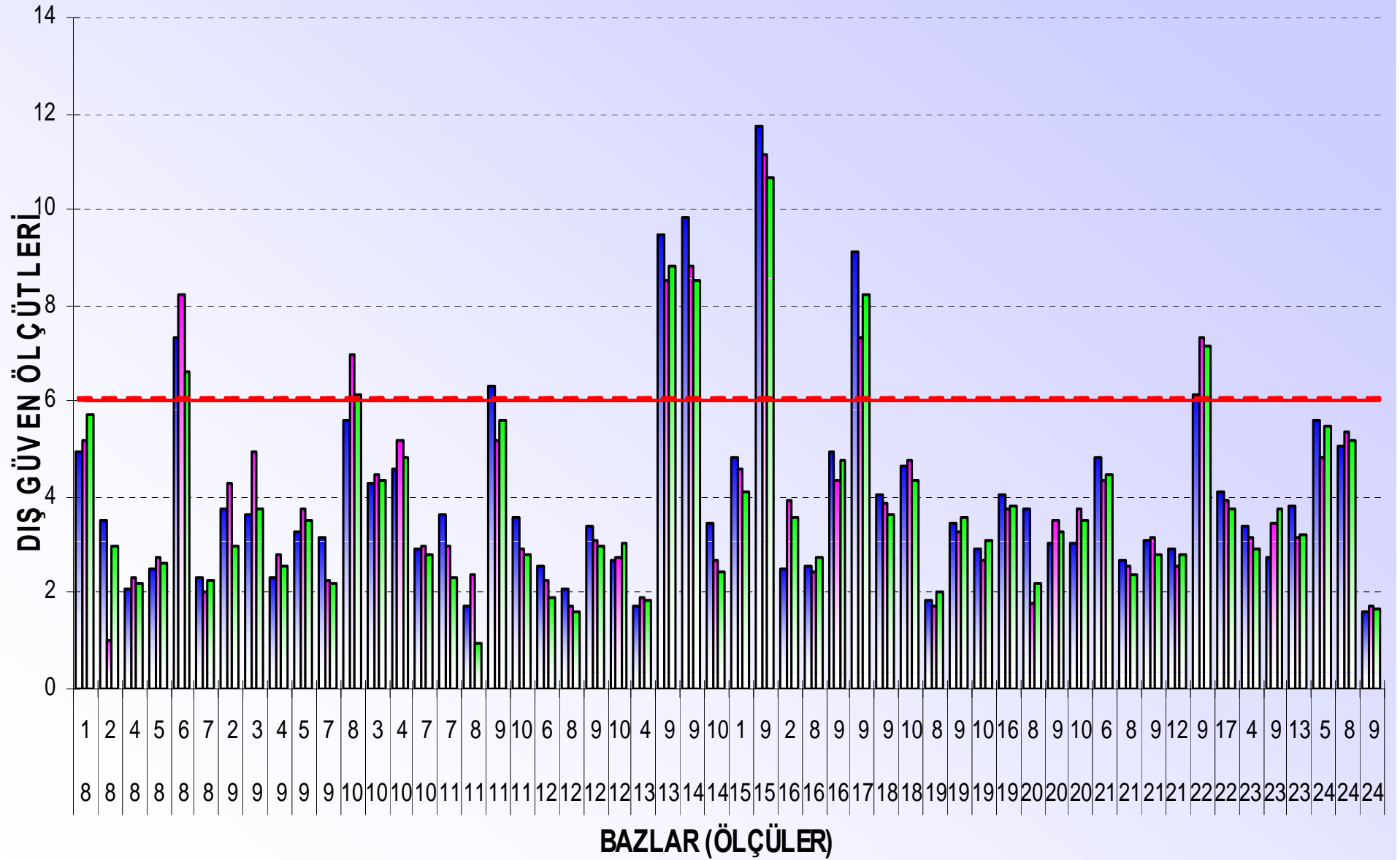
Sınır Değer (0,5)



İç güven ölçütleri



Dış güven ölçütleri



$\delta_{0\Delta X_t}$

$\delta_{0\Delta Y_t}$

$\delta_{0\Delta Z_t}$

Sınır Değer

SONUÇ ve ÖNERİLER

- ✓ Nokta koordinatlarının ortalama hataları ve Helmert nokta konum hatalarının birbirlerine göre farklılık gösterdikleri, diğer bir deyişle ortalama hataların birbirine yakın değerler almadıkları görülmüştür.
- ✓ Nokta hata elipsoidleri ve bağıl hata elipsoidlerinin, ölçülerin fazla yapıldığı noktalarda küçük, ağın dış kısımlarında bulunan ve az ölçü yapılan noktalarda ise büyük olduğu yani ağın homojen ve izotrop yapıda olmadığı görülmüştür.
- ✓ Ağın duyarlılığını artırmak için, duyarlılığı düşük olan noktaların hata elipsoidleri dikkate alınarak yeni bazların planlanması önerilir.

✓ Ağın, ortalama serbestlik derecesinin, 0.5 sınır değerinden büyük olmasına rağmen bir çok ölçünün redundanz değerlerinin sınır değerin altında kaldığı bir kısım ölçünün de ortalama serbestlik derecesinden çok büyük olduğu görülmüştür.

✓ Ağda redundanz değerleri çok küçük olan bazların, i ve dış güven ölçütlerinin de sınır değerlerini aştıkları saptanmıştır.

✓ Bu ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanarak güvenirliklerinin artırılması önerilir.

✓ Ayrıca ağın maliyeti de göz önüne alınarak güvenirlikleri çok fazla olan ölçüler ağdan çıkarılmalıdır.

Sonuç olarak,

- GPS ağlarında nokta konum duyarlıklarının yüksek ve ağın homojen yapıda olması için oturumların, uyduların ufka dağılımının iyi olduğu zaman aralıklarında ve eşit oturum süreleri ile yapılması yanında, bazların ağ noktalarına homojen dağılımlarının sağlanması gerekir.

- Ağda konum duyarlılığı kötü olan noktaların zayıf yönleri bu noktalara ait hata elipsoidlerinin büyük eksenleri doğrultularındadır. Nokta konum duyarlıklarında iyileştirme işlemleri bu eksenler dikkate alınarak yapılmalıdır.

- Ađ kapalı luplardan oluşmalıdır. Kapalı ađ ölçmelerinde her sonraki oturum en az daha önceden gözlem yapılan bir noktayı içermelidir.
- Baz hatalarının nokta konum hatalarına etkisini azaltmak ve güvenilirliği artırmak için bazların birbirine dik planlanması diğer bir deyişle küçük açılarla kestirilmemeleri gerekir.



TEŞEKKÜRLER

Nokta Hata Elipsoidi Elemanlarının Hesabında Ara Formüller

$$\cos 3\varphi = \frac{-q}{2\sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos \varphi - (a/3)$$

$$\lambda_2 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos(\varphi + 2\pi/3) - (a/3)$$

$$\lambda_3 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos(\varphi + 4\pi/3) - (a/3)$$

$$p = b - (a^2/3)$$

$$q = c - (ab/3) + (2a^3/27)$$

$$a = -(q_{xx} + q_{yy} + q_{zz})$$

$$b = q_{xx}q_{yy} + q_{xx}q_{zz} + q_{yy}q_{zz} - q_{xy}^2 - q_{xz}^2 - q_{yz}^2$$

$$c = q_{xx}q_{yz}^2 + q_{yy}q_{xz}^2 + q_{zz}q_{xy}^2 - q_{xx}q_{yy}q_{zz} - 2q_{xy}q_{xz}q_{yz}$$

$$M_j = q_{xz}(q_{yy} - \lambda_j) - q_{xy}q_{yz}$$

$$N_j = (q_{xx} - \lambda_j)q_{yz} - q_{xy}q_{xz}$$

$$T_j = q_{xy}^2(q_{xx} - \lambda_j) - (q_{yy} - \lambda_j)$$

$$W_j^2 = M_j^2 + N_j^2 + T_j^2$$



Bağıl Hata Elipsoidi Elemanlarının Hesabında Ara Formüller

$$\cos 3\varphi = \frac{-q}{2\sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$\lambda_1 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos \varphi - (a/3)$$

$$\lambda_2 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos(\varphi + 2\pi/3) - (a/3)$$

$$\lambda_3 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos(\varphi + 4\pi/3) - (a/3)$$

$$p = b - (a^2/3)$$

$$q = c - (ab/3) + (2a^3/27)$$

$$a = -(q_{xx} + q_{yy} + q_{zz})$$

$$b = q_{xx}q_{yy} + q_{xx}q_{zz} + q_{yy}q_{zz} - q_{xy}^2 - q_{xz}^2 - q_{yz}^2$$

$$c = q_{xx}q_{yz}^2 + q_{yy}q_{xz}^2 + q_{zz}q_{xy}^2 - q_{xx}q_{yy}q_{zz} - 2q_{xy}q_{xz}q_{yz}$$

$$M_j = q_{xz}(q_{yy} - \lambda_j) - q_{xy}q_{yz}$$

$$N_j = (q_{xx} - \lambda_j)q_{yz} - q_{xy}q_{xz}$$

$$T_j = q_{xy}^2(q_{xx} - \lambda_j) - (q_{yy} - \lambda_j)$$

$$W_j^2 = M_j^2 + N_j^2 + T_j^2$$

$$A_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_1}$$

$$B_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_2}$$

$$C_{BH} = m_0 \sqrt{\lambda_3}$$

Yarı eksen
uzunlukları

$j = A_{BH}, B_{BH}, C_{BH}$
olmak üzere

$$\cos \alpha_j = \frac{M_j}{W_j}$$

$$\cos \beta_j = \frac{N_j}{W_j}$$

$$\cos \gamma_j = \frac{T_j}{W_j}$$

Eksen
dönüklükleri

