

JEODEZİK GPS DEFORMASYON AĞLARININ SKALER AMAÇ FONKSİYONLARI VE ÖLÇÜT MATRİSLERİ İLE ÖLÇÜ PLANI OPTİMİZASYONU

Mualla YALÇINKAYA¹, Kamil TEKE¹
mualla@ktu.edu.tr

Öz: Günümüzde, yer merkezli üç boyutlu konum belirleme sistemi (GPS), güncel yer kabuğu hareketlerinin izlenmesi, depremlerin önceden kestirimi, heyelanların izlenmesi ve mühendislik yapılarının denetimi amacıyla kurulan jeodezik deformasyon ağlarında gittikçe artan kullanım alanları bulunmaktadır. GPS ile ölçülmesi planlanan bir jeodezik deformasyon ağında hareketlerin belirlenmesi ve hareketlerin davranışlarının (hız, ivme) yorumlanması hareketi duyarlı izlemekle mümkündür. Bu nedenle ağın tasarımı aşamasında seçilecek amaç fonksiyonuna bağlı olarak duyarlılık ve güven optimizasyonu yapılmalıdır. Amaç fonksiyonu, skaler fonksiyonlarından veya ölçüt matrislerinden seçilebilir. Tasarım aşamasında tüm deformasyon ağlarından, duyarlılık yönünden homojen ve izotrop yapıda olmaları yanında, yüksek nokta konum duyarlıklarına sahip olmaları istenir. Bu bağlamda belirlenecek skaler amaç fonksiyonları tüm noktaların duyarlılık yönünden homojen yapıda olmasını hedefleyen A-optimal ve izotrop yapıda olmasını hedefleyen E-optimal ağ amaç fonksiyonları olabileceği gibi aynı amaca hizmet eden bir ölçüt matrisi de oluşturulabilir. Bu ölçüt matrisi, nokta hata elipsoidlerinin küre görünümünde (izotropluk), tüm hata elipsoidlerinin eşit büyüklükte (homojenlik), bağıl hata elipsoidlerinin yarıçaplarının noktalar arasındaki uzunluğun bir fonksiyonu olduğu tam izotrop Taylar-Karman yapısında oluşturulur. Skaler ve ölçüt matrisi biçimindeki amaç fonksiyonlarının sağlanabilmesi, bazların konfigürasyonunun en uygun biçimde belirlendiği ölçü planı optimizasyonu ile gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada, tesisi planlanan bir GPS deformasyon ağının, seçilen skaler amaç fonksiyonları ve ölçüt matrisine göre ayrı ayrı ölçü planı optimizasyonu yapılmıştır. Çalışma sonucunda jeodezik GPS deformasyon ağlarının tasarımına yönelik skaler amaç fonksiyonları ve ölçüt matrisi ile yapılacak optimizasyonların deformasyon ağından beklenen duyarlılık isteklerini ne derece sağladığı karşılaştırmalı sonuçlar ortaya konularak irdelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Duyarlılık, Ölçü Planı, Skaler Amaç Fonksiyonu, Taylar-Karman Ölçüt Matrisi, Optimizasyon

Giriş

Jeodezik deformasyon ağlarının, kendilerinden beklenen işlevleri yerine getirebilmeleri için tasarım aşamasında optimizasyonlarının yapılması gerekir. GPS ağlarının duyarlılık ve güven yönünden optimizasyonu, ölçülecek bazların muhtemel tüm bazlar arasından seçimi şeklinde gerçekleştirilebilir. GPS ağı ölçüsünün optimum planlanması, yer noktalarının ve uyduların konfigürasyonuna, ölçülecek bazların seçimine, kullanılacak alıcıların tipine, çevresel hata kaynaklarına ve ekonomik koşullara bağlıdır (Grafarend ve Sanso, 1985; Kuang, 1996; Schaffrin, 1985; Konak, 1994; Dare, 1995; Even-Tzur, 2001).

Deformasyon ağlarında hareketlerin ve hareket davranışlarının (hız, ivme) gerçekçi biçimde belirlenmesi ve yorumlanması için tesis edilecek ağın duyarlılık ve güven yönünden en uygun olması gerekir. Jeodezik GPS deformasyon ağlarının optimizasyonunda seçilecek amaç fonksiyonları, ağın homojen ve izotrop yapıda olması ve ağ nokta konum duyarlıklarının yüksek olmasını gerektirir. Amaç fonksiyonları, ağın homojenliğini sağlayan A-optimal ve izotropluğunu sağlayan E-optimal ağ skaler fonksiyonlarından seçilebileceği gibi nokta hata elipsoidlerinin küre görünümünde (izotropluk), tüm hata elipsoidlerinin eşit büyüklükte (homojenlik), bağıl hata elipsoidlerinin yarıçaplarının noktalar arasındaki uzunluğun bir

¹ Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Böl. TRABZON

fonksiyonu olduğu tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi olarak da seçilebilir (Seemkoeei, 2001; Gerasimenko, 1997).

Uygulama GPS ağına optimizasyonunda amaç fonksiyonları olarak, deformasyon ağlarından beklenen duyarlık isteklerini sağlayan tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi ve A- ve E-optimal ağ skaler fonksiyonları seçilmiştir. Ölçüt matrisi ile ölçü planı optimizasyonunda, analitik yöntemlerden ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım çözüm algoritması (U,m) ile en uygun ağ geometrisi ve ölçü ağırlıkları belirlenerek ölçü planı optimizasyonu yapılmıştır. Skaler amaç fonksiyonları ile ölçü planı optimizasyonunda, simülasyon çözüm algoritmalarından Tekrarlı En Küçük Kareler yöntemi kullanılmıştır. Yinelemeli bu çözümde amaç fonksiyonları için belirlenen sınır değer koşulları sağlandığında optimal ölçü planına ulaşıldığına karar verilmiştir.

Ölçüt matrislerinin, ağıdaki tüm noktalara ilişkin duyarlık beklentilerini karşılaması yönü ile skaler amaç fonksiyonlarından üstün olduğu görülmüştür. Ölçüt matrisine uygulanan U,m yaklaşımının, skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonda kullanılan Tekrarlı En Küçük Kareler yönteminden daha zor bir algoritmaya sahip olduğu saptanmıştır. Buna karşın, simülasyon yönteminde yinelemeli işlem yapması ve çıkarılacak yada eklenecek bazlara karar vermede tecrübeye gereksinim duyulması, bu yöntemin analitik yöntemlere göre uygulanmasının daha güç olduğunu göstermiştir.

Skaler Amaç Fonksiyonları İle Ölçü Planı Optimizasyonu

Ağın skaler amaç fonksiyonları ile ölçü planı optimizasyonunda, varyans-kovaryans matrisinin izi ve varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden türetilen ağın tümünü temsil eden global duyarlık ölçütlerinden faydalanılır. K_{xx} , koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisi; λ , koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisinin özdeğerleri olmak üzere ağın duyarlık optimizasyonunda minimum yapılması öngörülen skaler amaç fonksiyonları (Z), Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Ağın duyarlık optimizasyonunda seçilen skaler amaç fonksiyonları

A-optimal ağ amaç fonksiyonu	$Z = iz(K_{xx}) = n_0^2 \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i$
E-optimal ağ amaç fonksiyonu	$Z = \lambda_{max}$

Amaç fonksiyonu değeri, belirlenen bir sınır değer koşulunu sağlayıncaya kadar baz eklenerek minimum ölçü planından maksimum ölçü planına veya baz çıkarılarak maksimum ölçü planından minimum ölçü planına gidilerek simülasyon yöntemlerinden tekrarlı en küçük kareler yöntemiyle çözümü yapılır. Sınır değer koşulunun sağlandığı ölçü planı ile optimal ağ geometrisine ulaşıldığına karar verilir. Stokastik ön bilgi elimizde yok ise tüm bazların ağırlıkları eşit alınır. Eklenen veya çıkarılan bazların belirlenmesinde nokta hata elipsoidleri yarı eksenleri ve doğrultu değerleri dikkate alınır (Grafarend ve Sanso, 1985; Wolf ve Ghilani, 1997).

Ölçüt Matrisleri İle Ölçü Planı Optimizasyonu

Duyarlık ölçütlerinden türetilen skaler amaç fonksiyonları ancak sınırlı istekleri karşılayabilmektedir. Bir anda çok daha ayrıntılı beklentileri karşılayan ve ağda istenen konum duyarlılığını tam olarak gösteren, önceden hesaplanan ideal bir yapay varyans-kovaryans matrisi biçiminde tanımlanan ölçüt matrisi, optimizasyonda en çok kullanılan amaç fonksiyonudur. Bir ağırlık optimizasyonu işleminde, ulaşılması istenen duyarlık isteklerini karşılamak amacıyla oluşturulan ölçüt matrislerinin ağın geometrik yapısına uygun olarak seçilmesi gerekir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

Ölçüt Matrisinin Oluşturulması

Ölçüt matrisi, elemanları ağ noktaları arasındaki uzunluklara bağlı olarak yazılan korelasyon fonksiyonlarından oluşan bir matristir. Datumdan bağımsız ölçüt matrisi, $\Delta X = X_i - X_j$, $\Delta Y = Y_i - Y_j$, $\Delta Z = Z_i - Z_j$, i ve j noktaları için baz vektörleri büyüklükleri; $\varphi_m(S)$ enine korelasyon fonksiyonu; $\varphi_l(S)$ boyuna korelasyon fonksiyonu ve S iki noktayı birleştiren vektörün uzunluğu olmak üzere

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \varphi_m(S) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_m(S) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_m(S) \end{bmatrix} + [\varphi_1(s) - \varphi_m(s)] \begin{bmatrix} \frac{\Delta X^2}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Y}{S^2} & \frac{\Delta Y^2}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} \\ \frac{\Delta X \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Y \Delta Z}{S^2} & \frac{\Delta Z^2}{S^2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

eşitliğinden hesaplanır (Grafarend ve Sanso, 1985). Ağın homojen ve izotrop yapıda olması öngörüldüğünde, ölçüt matrisi olarak nokta hata elipsoidleri küre görünümünde, tüm hata elipsoidleri eşit büyüklükte ve bağlı hata elipsoidlerinin yarıçapları noktalar arasındaki uzunluğun bir fonksiyonu olan tam izotrop yapıda Taylor-Karman matrisi seçilebilir. Bu durumda tek bir korelasyon fonksiyonu,

$$\varphi_m(S) = \varphi_1(S) = \varphi(S) \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. d , izotrop (küre) görünümdeki nokta hata elipsoidlerinin yarıçapları; c , tüm $\varphi(S)$ değerlerinin pozitif olmasını sağlayacak şekilde seçilen keyfi bir katsayı olmak üzere korelasyon fonksiyonu,

$$\varphi(S) = d^2 - 2c^2 S_{ij(km)} \quad (3)$$

şeklinde ağ noktaları arası uzunlukların bir doğrusal fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu durumda tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi, i ve j noktaları için

$$C_{xx} = \begin{bmatrix} \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) \\ \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) & 0 & 0 \\ 0 & \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi(S) & 0 & 0 & \varphi(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} \\ d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 & 0 \\ 0 & 0 & d^2 - 2c^2 S_{ij} & 0 & 0 & d^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Datumdan bağımsız olarak oluşturulan ölçüt matrisinin, ölçü planından oluşturulan yapay varyans-kovaryans matrisi ile karşılaştırılabilmesi için; I , birim matris; G , dönüşümün ortogonal özellikli katsayılar matrisi olmak üzere, S dönüşüm matrisi,

$$S = I - G(G^T G)^{-1} G^T \quad (5)$$

şeklinde hesaplanır ve ölçüt matrisinin ağ ile datum uyumu,

$$\bar{Q}_{xx} = S C_{xx} S^T \quad (6)$$

şeklinde bir S dönüşümü ile sağlanır (Grafarend ve Sanso, 1985; Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Gerasimaenko, 1997).

Ölçüt Matrisi İle En Uygun Vektör Konfigürasyonu ve Ölçü Ağırlıklarının Belirlenmesi

İkinci derece optimizasyonda ölçüt matrisi ve ağın maksimum ölçü planı esas alınarak düzeltme denklemlerinin katsayıları matrisi (A) oluşturulur. İkinci derece optimizasyonun temel eşitliğinden

$$A^T P A \doteq \bar{Q}_{xx}^+ \quad (7)$$

en küçük kareler çözümleri olan Direkt HR, Dolaylı HR veya U,m çözüm algoritmaları ile optimal ağırlıklar (P) hesaplanır. Bu eşitlikte P , ölçülerin bilinmeyen ağırlıklar matrisini; \bar{Q}_{xx} ölçüt matrisini göstermektedir.

Ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım (7) eşitliği, \doteq , tutarsız eşitlik işaretini; \odot , Khatri-Rao çarpım işaretini; p , ölçülere ilişkin bilinmeyen ağırlık matrisinin (P) köşegen elemanlarından oluşan vektörü ve q , ölçüt matrisi inversinin (\overline{Q}_{xx}^+) sütun şeklinde düzenlenmiş tüm elemanlarından oluşan vektörü göstermek üzere

$$\begin{aligned} (A^T \odot A^T)p &\doteq q \\ p &= \text{vektör}(P) \\ q &= \text{vektör}(\overline{Q}_{xx}^+) \end{aligned} \quad (8)$$

doğrusal denklem sistemine dönüştürülür (Grafarend, 1975). (8) eşitliği ile verilen tutarsız doğrusal denklem sistemi, tutatarsızlık parametrelerinin (d) ilavesi ile,

$$(A^T \odot A^T)p = q + d \quad (9)$$

şeklinde tutarlı hale getirilir. e , bir vektörünü göstermek üzere, ölçü ağırlıkları (p),

$$d^T d = e^T \{[(A^T P A) - \overline{Q}_{xx}^+] * [(A^T P A) - \overline{Q}_{xx}^+]\} e \Rightarrow \min \quad (10)$$

koşulunun sağlandığı en küçük kareler çözümü ile

$$p = [(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T)]^+ (A^T \odot A^T)^T q \quad (11)$$

eşitliğinden hesaplanır (Ayan, 1981; Illner, 1986; Kınık, 1987). Burada $*$, Hadamart çarpım işaretini göstermek üzere Khatri-Rao çarpımları, Hadamard çarpımları ile

$$(A^T \odot A^T)^T (A^T \odot A^T) = (A A^T * A A^T) \quad (12)$$

ifade edilerek, ölçü ağırlıkları,

$$p = (A A^T * A A^T)^+ (A^T \odot A^T)^T q \quad (13)$$

eşitliğinden elde edilir. p vektöründeki negatif ağırlıklı elemanlara karşılık gelen bazlar ölçüt matrisi ile formüle edilmiş istekleri karşılamayan diğer bir ifade ile amaç fonksiyonuna katkısı olmayan bazlardır. Negatif ağırlıklı bazlar ölçü planından atılarak ağırlık en uygun baz konfigürasyonu belirlenir. Negatif ağırlıklı tüm bazların ölçü planından atılmasının ardından kalan bazlar ile ağırlıklar tekrar hesaplanır. Elde edilen ağırlıklar kalan bazların optimal ağırlıklarıdır. Ölçüt matrisi ile optimizasyonda amaç olabildiğince ölçüt matrisine yaklaşabilmektir. Normal denklemlerin tersi ile ölçüt matrisi arasındaki sapmaların kareleri toplamı minimum olması koşulu ile λ çarpanı,

$$\lambda = \frac{\text{iz}[(A^T P A)^+ (A^T P A)^+]}{\text{iz}[(A^T P A)^+ \overline{Q}_{xx}^+]} \quad (14)$$

eşitliğinden elde edilir. Optimal ölçü ağırlıklarına (14) eşitliği ile hesaplanan λ çarpanı ile,

$$p_d = \lambda p \quad (15)$$

şeklinde bir doğrusal dönüşüm uygulanır. λ çarpanı, elde edilen ve öngörülen nokta duyarlıklarının olabildiğince birbirine yaklaşmasını sağlar. Diğer bir ifade ile λ çarpanı ile ağırlıklar ölçeklendirilerek, normal denklemlerin tersinin ana köşegen elemanları, ölçüt matrisinin ana köşegen elemanlarına en uygun biçimde yaklaştırılır. $p_d = \text{köşegen}(P_d)$ olmak üzere, ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşımın (U,m çözümü) global ölçüt değeri

$$d^T d = e^T \{[(A^T P_d A) - \bar{Q}_{xx}^+] * [(A^T P_d A) - \bar{Q}_{xx}^+]\} e \quad (16)$$

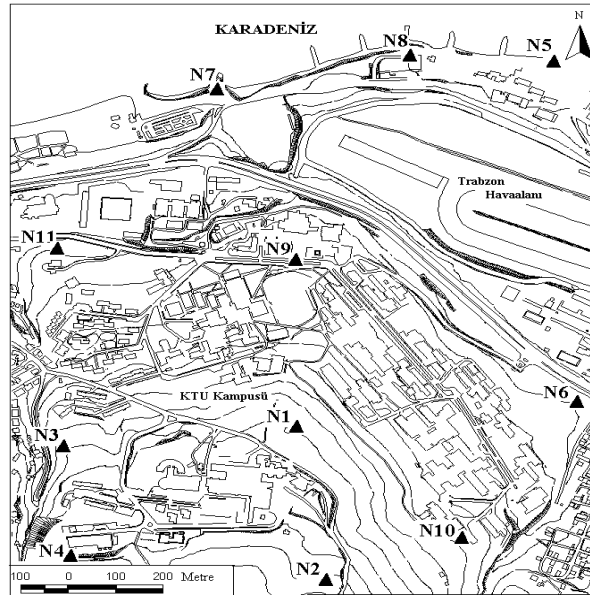
eşitliğinden hesaplanır. Eşdeğerlik testi değeri ise

$$B = (A^T P_d A)^+ \bar{Q}_{xx}^+ \quad (17)$$

eşitliğinden hesaplanan B matrisinin en büyük özdeğeridir. Eş değeri testi değeri olabildiğince 1'e yaklaşmalıdır. Global ölçüt değeri optimizasyon sonuçlarının denetlenmesi açısından önemli bir büyüklüktür. Bu değer ölçüt matrisinin uygunluğunun etkili bir biçimde denetlenmesine olanak sağlar. Eğer ağırlığı negatif olan çok sayıda ölçü varsa ölçüt matrisinin uygun seçilmediği sonucuna varılır. B matrisinin en büyük özdeğerinin minimum olduğu durumda ise gerçekleştirilen ters ağırlık matrisinin ölçüt matrisine en çok yaklaştığı yorumu yapılır. Böyle bir yorumun gerçekçi olabilmesi için global ölçüt değerinin de küçük olmasını sağlayan bir ölçüt matrisi seçilmelidir (Ayan, 1981; Konak, 1994; Özşamlı, 1994).

Test Ağı Üzerinde Uygulama

Çalışmada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampüsü alanı ve Trabzon hava alanının bir kısmını kapsayacak biçimde yaklaşık 1x1.5 km boyutlarında oluşturulan bir GPS ağına ölçü planı optimizasyonunun skaler amaç fonksiyonları ve ölçüt matrisleri ile yapılması amaçlanmıştır. İlk olarak çalışmanın gerçekleştirileceği bölgenin haritası üzerinde ağ noktaları, karelaaj ağ geometrisini yansıtacak biçimde, ulaşılabilirlik dikkate alınarak, gökyüzü görüşünün açık olduğu bölgelerde işaretlenmiştir (Şekil 1).

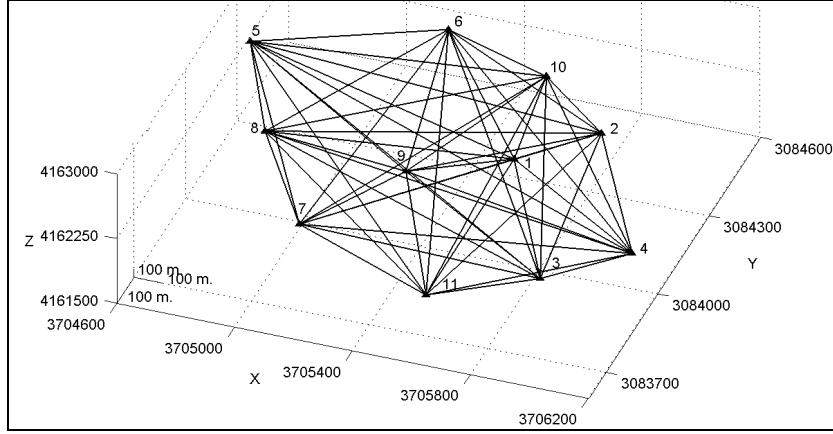


Şekil 1. Uygulama ağı

İşaretlenen noktaların DUTM projeksiyon koordinatları okunmuştur. Bu koordinat değerleri WGS-84 datumu kartezyen koordinatlarına dönüştürülmüştür. Ağ noktalarının WGS-84 datumundaki koordinatlarının farkları alınarak tasarlanan bazlar $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ WGS-84 ve ölçüt matrisinin elemanlarından korelasyon fonksiyonlarının oluşturulmasında kullanılacak ağ noktalarını birleştiren vektör uzunlukları elde edilmiştir.

Tasarı GPS Ağına Ölçüt Matrisi İle Ölçü Planı Optimizasyonu

Ölçüt matrisi, nokta hata elipsoidi yarıçapları (d) 1 cm olan küre görünümünde, tüm hata elipsoidleri eşit büyüklükte, bağıl hata elipsoidlerinin yarıçapları noktalar arasındaki uzunluğun bir fonksiyonu olan tam izotrop yapıda Taylor-Karman matrisi olarak seçilmiştir. Ölçüt matrisine S-dönüşümü uygulanarak ağ ile datum uyumu sağlanmıştır. Oluşturulan ölçüt matrisine, tasarlanan maksimum ölçü planından (Şekil 2) ölçü ağırlık dağılımı belirlenerek yaklaşılmaya çalışılmıştır.



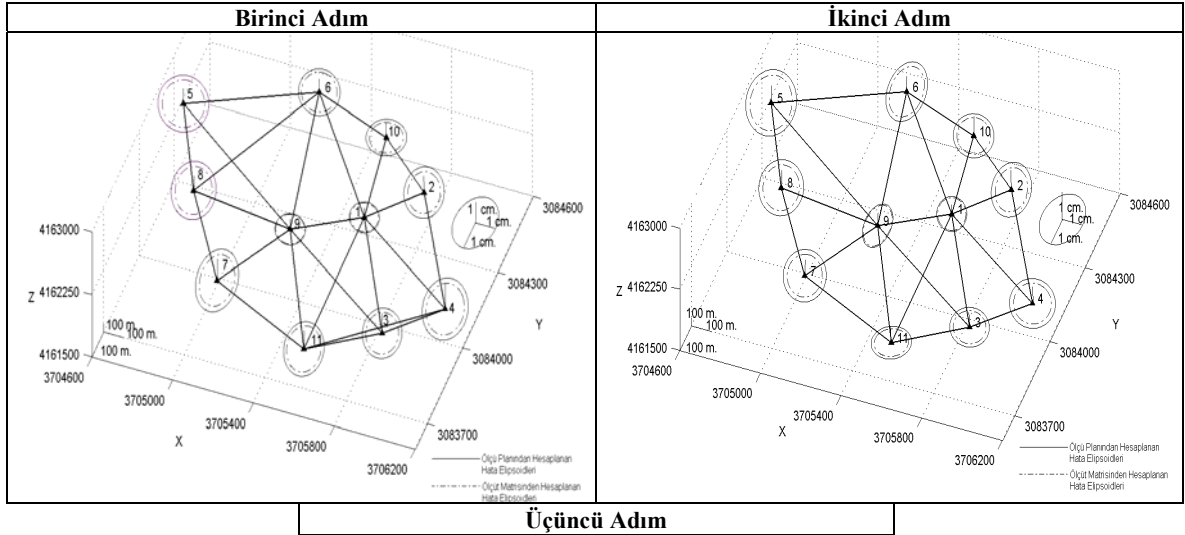
Şekil 2. Tüm ölçü olanaklarını kapsayan ağ

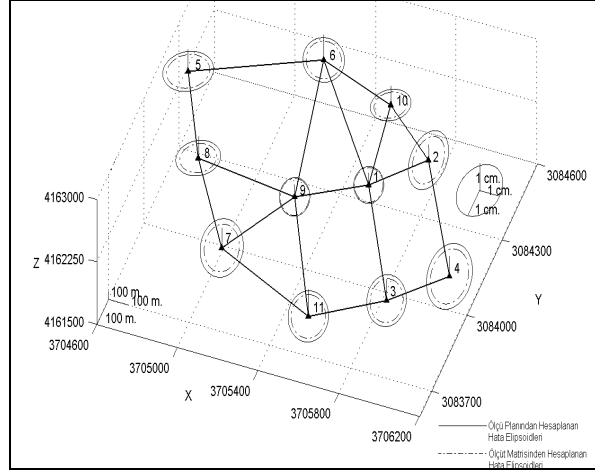
Şekil 2'deki ölçü planından oluşturulan A matrisi kullanılarak (13) eşitliğinden bazların ağırlıkları hesaplanmıştır. Ağırlıklardan negatif olanlarına karşılık gelen bazlar ölçüt matrisi ile belirlenen amaç fonksiyonuna hizmet etmediğinden ölçü planından çıkarılmıştır ve üç yinelemede optimum ağa ulaşılmıştır. Her adımda ölçüt matrisine ne derecede yaklaşılabildiğine (16) eşitliğinde verilen global ölçüt değeri ve (17) eşitliği ile elde edilen B matrisinin en büyük özdeğerine bakılarak karar verilmiştir. İlk adım sonucu 55 bazdan 31'i, ikinci adımda 24 bazdan 2'si negatif ağırlıklı bulunmuş ve ilgili bazlar ölçü planından çıkarılmıştır. Üçüncü adımda kalan 22 bazdan 4 bazın ağırlığı ($0.005 < p_i < 0.01$) sifra çok yakın olduğu için bu bazlar da ölçü planından çıkarılarak optimal ağırlıklar elde edilmiştir (Tablo 2).

Tablo 2. Optimizasyon sonuçları

	Birinci Adım	İkinci Adım	Üçüncü Adım
Optimizasyona Giren Ölçü Sayısı	$55 \cdot 3 = 165$	$24 \cdot 3 = 72$	$22 \cdot 3 = 66$
Ölçü Planından Çıkarılan Ölçü Sayısı	$31 \cdot 3 = 93$	$2 \cdot 3 = 6$	$4 \cdot 3 = 12$
Kalan Ölçü Sayısı	$24 \cdot 3 = 72$	$22 \cdot 3 = 66$	$18 \cdot 3 = 54$
Global Ölçüt Değeri ($d^T d$)	1.11	1.14	1.19
Eş Değerlik Testi Değeri	$\lambda_{\max} = 1.05$	$\lambda_{\max} = 1.05$	$\lambda_{\max} = 1.07$

Optimizasyon işleminin tüm adımlarında oluşan ağlar toplu olarak Şekil 3'de verilmiştir.





Şekil 3. Optimizasyon adımlarında oluşan tasarı ağlar

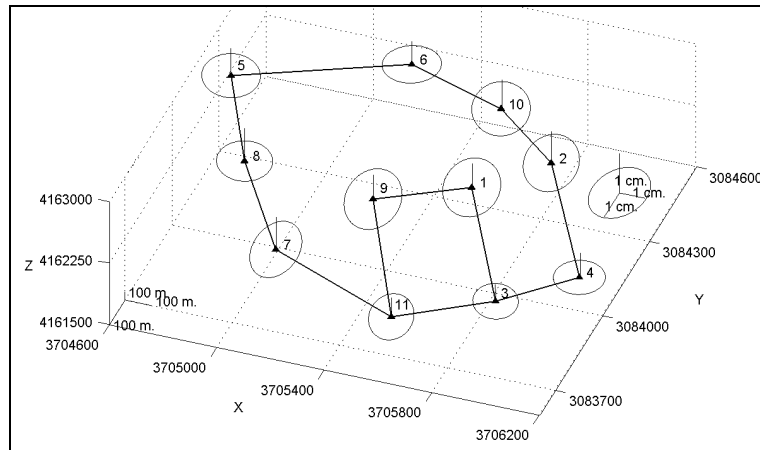
Şekil 3’de görülen üçüncü ölçü planı ile ulaşılan optimal ağ geometrisini oluşturan bazların ağırlıkları, (14) eşitliğinden bulunan λ çarpanı ile (15) eşitliğinde verilen doğrusal dönüşüm yapılarak hesaplanmıştır (Tablo 3).

Tablo 3. Optimum ağı ilişkin ağırlıklar

Bazlar	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	Optimal Ağırlıklar	Bazlar	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	Optimal Ağırlıklar
N1-N2	164.40	225.27	270.73	0.4403	N5-N6	466.13	352.64	608.43	0.2547
N1-N3	308.11	377.36	32.18	0.3322	N5-N8	224.59	299.62	21.28	0.7603
N1-N6	453.01	395.32	9.14	0.1217	N6-N9	200.19	590.98	284.26	0.1667
N1-N9	252.81	195.66	275.13	0.6208	N6-N10	345.58	23.81	230.79	0.6462
N1-N10	107.43	371.51	239.93	0.2146	N7-N8	277.53	277.33	46.69	0.6739
N2-N4	329.69	386.95	4.43	0.4752	N7-N9	164.20	338.60	298.76	0.2871
N2-N10	271.84	146.23	30.81	0.8597	N7-N11	468.61	67.91	291.97	0.4237
N3-N4	185.98	215.69	234.13	0.7299	N8-N9	441.73	61.27	345.45	0.2170
N3-N11	256.52	221.84	314.10	0.5671	N9-N11	304.41	406.51	6.79	0.2693

Tasarı GPS Ağına Skalere Amaç Fonksiyonları İle Ölçü Planı Optimizasyonu

Uygulama GPS ağına, Tablo 1’de verilen A- ve E-optimal ağ amaç fonksiyonları ile ölçü planı optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Çözüm algoritması olarak simülasyon yöntemlerinden Tekrarlı En Küçük Kareler yöntemi kullanılmıştır. Ağı ilk ölçü planı minimum sayıda baz ile oluşturulmuştur. Ölçü sayısı koordinat bilinmeyen sayısından fazla ve ağı serbestlik derecesi minimum olması koşulu ile ağda 12 baz planlanmıştır (Şekil 4).



Şekil 4. Minimum baz ile oluşturulan ağ

İlk ölçü planından başlanarak her yinelemede bir baz eklenmiştir. Eklenecek bazların seçiminde koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisinin özdeğerlerinden en büyük olanına karşılık gelen noktalar dikkate alınmıştır. Diğer bir ifade ile konum duyarlılıkları en zayıf noktalar dikkate alınarak bazlar ölçü planına ilave edilmiştir. A- ve E- optimal ağların tasarımında, amaç fonksiyonu değerleri için ulaşılmak istenen bir sınır değer belirlenmesi yinelemenin sonlandırılması için gereklidir. Her yinelemede bulunan A- ve E-optimal ağ amaç fonksiyonları değerleri Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Her yinelemede eklenen bazlar ve ağa ilişkin skaler amaç fonksiyonu değerleri

Adım No	Eklenen Baz	E-Optimal ağ amaç fonk. λ_{\max}	A-Optimal ağ amaç fonk. $\sum_{i=1}^{33} \lambda_i = iz(Q_{xx})$
1	N6-N1	0.89	19.742
2	N2-N1	0.87	17.640
3	N8-N9	0.79	15.373
4	N7-N9	0.78	14.589
5	N4-N10	0.76	13.340
6	N5-N10	0.66	11.858
7	N5-N9	0.64	10.962

Her bir noktanın Helmert nokta hata elipsoidi yarı eksenleri büyüklüğünün aynı ve 0.6 cm olması öngörüldüğünde, ağın koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisinde her noktaya karşılık gelen özdeğeri, birim ölçünün kuramsal standart sapması (σ_0) 1 cm alınarak,

$$A_{H(j)} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_{(j)}} \Rightarrow 0.6 = 1 \sqrt{\lambda_{(j)}} \Rightarrow \lambda_j = 0.36$$

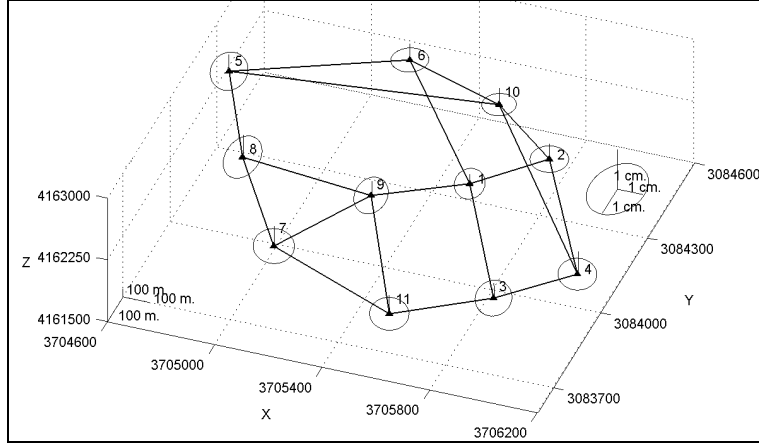
bulunur. Ağdaki nokta sayısı (p) 11 ve $(iz(Q_{xx}))_j = (\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i)_j$, j. ölçü planına ilişkin koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisinin izi olmak üzere,

$$(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i)_j \leq 0.36 * 11 * 3 \Rightarrow (\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i)_j \leq 11.88$$

koşulu sağlandığında A-optimal ağa ulaşıldığına karar verilmesi öngörülmüştür. Bu durumda uygulama ağına ilişkin Tablo 4’den alınan amaç fonksiyonu

$$(\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i)_5 = 13.340 \quad ; \quad (\sum_{i=1}^{3p} \lambda_i)_6 = 11.858$$

değerlerinden görüldüğü gibi A-optimal ağa altıncı ölçü planı ile ulaşıldığına karar verilmiştir (Şekil 5).



Şekil 5. A-Optimal ağ

E-optimal ağa, $A_{Hmax(j)}$, j. ölçü planındaki en büyük Helmert nokta hata elipsoidi yarı eksenini göstermek üzere,

$$A_{Hmax(j)} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_{max(j)}} \leq 0.8 \text{ cm}$$

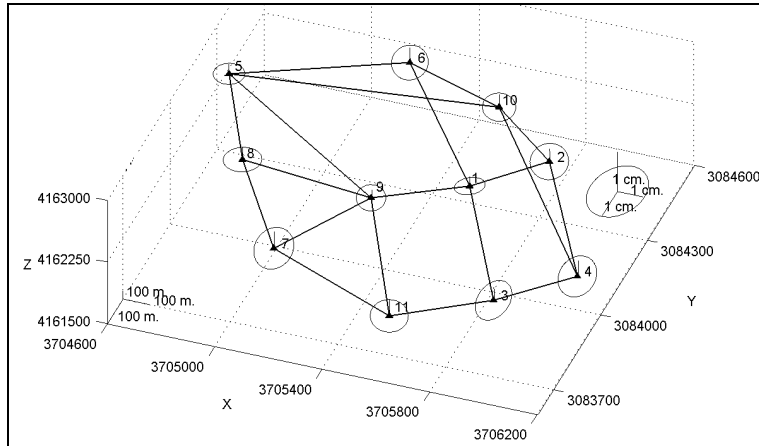
koşulu sağlandığında ulaşıldığına karar verilmesi öngörülmüştür. Bu durumda $\sigma_0 = 1 \text{ cm}$ alınarak,

$$\lambda_{max(j)} \leq 0.64$$

şeklinde belirlenen sınır değeri sağlanmalıdır. Bu durumda uygulama ağına ilişkin Tablo 4'den alınan amaç fonksiyonu

$$\lambda_{max(7)} = 0.64$$

değerinden görüldüğü gibi E-optimal ağa yedinci ölçü planı ile ulaşıldığına karar verilmiştir (Şekil 6).



Şekil 6. E-Optimal ağ

Sonuçlar

Jeodezik ağların kullanım amaçlarına uygun olarak tesisi, tasarımı aşamasında ağın optimizasyonu için seçilen amaç fonksiyonunun doğru olarak belirlenmesine bağlıdır. Deformasyon ağlarında farklı periyotlarda yapılan ölçülerle, noktaların konumlarındaki değişimin gerçeğe en yakın tespit edilebilmesi, ağın nokta

konum hatalarının minimum olmasını ve noktaların birbirine göre hareketlerinin doğru yorumlanabilmesi, ağı homojen ve izotrop yapıda olmasını gerektirir.

Uygulamada, amaç fonksiyonları olarak deformasyon ağlarından beklenen duyarlık isteklerini sağlayan tam izotrop yapıda Taylor-Karman ölçüt matrisi ve A- ve E-optimal ağ skaler amaç fonksiyonları seçilmiştir.

Ölçüt matrisi ile ölçü planı optimizasyonunda, ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım çözüm algoritması ile en uygun ağ geometrisi ve ölçü ağırlıkları belirlenmiştir. Skaler amaç fonksiyonları ile ölçü planı optimizasyonunda, amaç fonksiyonları için belirlenen sınır değer koşulları sağlandığında optimal ölçü planına ulaşıldığına karar verilmiştir.

Ölçüt matrislerinin, ağıdaki tüm noktalara ilişkin duyarlık beklentilerini karşılaması yönü ile skaler amaç fonksiyonlarından üstün olduğu görülmüştür. Ölçüt matrisine uygulanan analitik yöntemin (ölçüt matrisinin inversine direkt yaklaşım) skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonda kullanılan simülasyon yönteminden (Tekrarlı En Küçük Kareler) daha zor bir algoritmaya sahip olduğu saptanmıştır.

Skaler amaç fonksiyonları kullanılarak yapılan bir optimizasyon işleminde, ölçüt matrisleri ile yapılan optimizasyondan farklı olarak tam optimum ağı ulaşamadığı belirlenmiştir. Programlama algoritmasının kolaylığı ve bilgisayar destekli yinelemeli çözüme uygunluğu skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonun avantajları olarak belirlenmiştir.

Teşekkür

Mali desteklerinden dolayı Karadeniz Teknik Üniversitesi Araştırma Fonuna, eserlerinden yararlandığımız adı geçen yazarlara ve değerli katkılarından dolayı Doç. Dr. Haluk Konak'a teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR

1. AYAN, T., 1981. Jeodezik Ağların Optimizasyonu, Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
2. DARE, P., 1995. Optimal Design of GPS Networks: Operational Procedures, Phd. Thesis, University of East London, School of Surveying, London.
3. EVEN-TZUR, G., 2001. GPS vector configuration design for monitoring deformation network in the north of Israel, The 10th FIG International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, USA, pp. 154-163.
4. GERASIMENKO, M. D., 1997. First order design of the deformation networks with the minimal number of geodetic points and their optimal allocation, Far Eastern Mathematical Reports, 4, pp. 86-94.
5. GRAFAREND, E. W., 1975. Second Order Design of Geodetic Nets, ZFV, 100, 150-168.
6. GRAFAREND, E. W. and SANZO, F., 1985. Optimization and design of geodetic networks, Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, Newyork, Tokyo, pp. 585-588.
7. ILLNER, M., 1986. Anlage und Optimierung von Verdichtungs-netzen, DGK Reihe C, 317, München.
8. KINIK, I., 1987. Jeodezik Ağların Ölçüt Matrisleriyle İkinci Dereceden Optimizasyonu, Harita Dergisi, 99, 30-49.
9. KONAK, H., 1994. Yüzey ağlarının optimizasyonu, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, pp. 54-55.
10. KUANG, S., 1996. Geodetic network analysis and optimal design, Ann Arbor Press, Inc., ISBN 1-57504-044-1.
11. ÖZŞAMLI, C., 1994. Kontrol Ağlarının Ölçüt Matrisleri İle Ağırlık ve Ölçü Planı Optimizasyonu, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
12. ÖZTÜRK, E. ve ŞERBETÇİ, M., 1992. Dengeleme Hesabı, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, Trabzon, 504-523.
13. SCHAFFRIN, B., 1985. Aspects of network design, optimization and design of geodetic networks, Grafarend and Sanso, eds. Springer – Verlag, Berlin, pp. 548-597.
14. SEEMKOOEI, A. A., 2001. Strategy for designing geodetic network with high reliability and geometrical strength, Journal of Surveying Engineering, 127, No.3, 104 - 117.
15. WOLF, P. R. and GHILANI, C. D., 1997. Adjustment computation: statistics and least squares in surveying and GIS, John Wiley and Sons, Inc., Newyork, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, Weinheim, pp. 235-250.