

GPS İle Ölçülen Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu

Y. Mualla¹, T. Kamil², B. Temel³

¹ Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. 61080 Trabzon, ✉ mualla@ktu.edu.tr

² Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. 61080 Trabzon, ✉ k_teke@ktu.edu.tr

³ Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh. 61080 Trabzon, ✉ tbayrak@ktu.edu.tr

Özet. Günümüzde, yer merkezli üç boyutlu konum belirleme sistemi (GPS), jeodezik sıklaştırma ağlarında, güncel yer kabuğu hareketlerinin izlenmesi, depremlerin önceden kestirimi, heyelanların izlenmesi, mühendislik yapılarının denetimi gibi her türlü kontrol ağlarında gittikçe artan bir kullanım alanı bulmuştur. Jeodezik ağların kuruluş amacına uygun olması, tasarım aşamasında belirlenecek bir amaç fonksiyonuna bağlı olarak optimize edilmesini gerektirir. GPS ile ölçülen jeodezik ağ, seçilen amaç fonksiyonlarına bağlı olarak duyarlık ve güven optimizasyonu ile en uygun hale getirilebilir.

Bu çalışmada yer merkezli üç boyutlu GPS deformasyon ağlarının duyarlık ve güven optimizasyonu konusu ele alınmıştır. GPS deformasyon ağının tasarlanmasında, belirlenmesi gereken amaç fonksiyonlarının neler olması gerektiği ortaya konularak, uygulayıcıların gereksinim duyduğu en uygun ölçü planına ilişkin bazı kriterlerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda bir GPS uygulama ağının duyarlık ve güven optimizasyonu yapılmış ve sonuçlar irdelenmiştir.

Anahtar kelimeler. GPS deformasyon ağı, duyarlık, güvenilirlik, optimizasyon

Abstract. Nowadays, GPS depending on earth - related three - dimensional geocentric coordinate system is increasingly coming in to use in order to establish geodetic control networks aiming especially forecasting earthquakes, tracking crustal movements, monitoring landslides and determining deformations on the structures of large engineering projects. In order to meet the establishment aim of geodetic network, it has to be optimized, depending on a design criterion in designing stage. GPS networks can be optimized according to the chosen reliability and precision criteria.

In this study a near optimal solution depending on a criterion, which is chosen from reliability, and precision criteria, has been considered for GPS deformation networks. The main goal of this study is to put forth general criteria for consideration while designing GPS deformation networks and to find out strategies while planning survey schedules. In that context a near optimal solution depending on the chosen reliability and precision criteria has been applied to a GPS network and the results has been analyzed.

Keywords. GPS deformation network, precision, reliability, optimization.

1 Giriş

Jeodezik ağların optimizasyonunda genel amaç, duyarlığı iyi, güvenilirliği yüksek ve maliyeti düşük jeodezik ağların tesisi için en uygun şeklin ve gözlem planının oluşturulmasıdır (Schaffrin 1985). Deformasyon ağlarında hareketlerin belirlenmesi ve hareketlerin davranışlarının (hız, ivme) yorumlanması da hareketi duyarlı izlemekle mümkündür. Bu bağlamda, tesis edilecek ağın duyarlık ve güven yönünden en uygun olması gerekir. Tüm ağın duyarlık ve güven yönünden iyileştirilmesi, GPS ile ölçülecek bazların muhtemel tüm bazlar arasından seçimi şeklinde gerçekleştirilebilir. Bu yöntemde amaç, en az çaba ve maliyetle, skaler amaç fonksiyonu ile belirlenen, ağa ilişkin global güven ve duyarlık değerlerini yakalamaktır.

Deformasyon ağının homojen ve izotrop yapıda olması yanında ağ noktalarının konum duyarlıklarının yüksek ve ağın güvenilir olması gerekir. Bu koşullar dikkate alınarak ağın optimizasyonu için çeşitli skaler duyarlık ve güven ölçütleri amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir.

Ağın duyarlık optimizasyonunda, nokta konum

hatalarının minimum ve ağın homojen ve izotrop yapıda olması için noktaların varyans-kovaryans matrisinin izi ile birlikte matrisin en büyük ve en küçük özdeğerlerinin farklarının minimum olmasını öngören bir bileşik amaç fonksiyonu esas alınmıştır.

Ağın güvenilirliğinin iyileştirilmesinde, ortalama serbestlik derecesinin 0,5 değerini aşması ve ölçülere ilişkin kısmi redundanz paylarının ortalama serbestlik derecesine yakın değerler alması, iç güven ölçütleri değerlerinin 8m_i sınır değerleri altında kalması ve dış güven ölçütleri değerlerinin 6 sınır değerinin altında kalması amaçlanmıştır.

Uygulama ağı olarak, Trabzon Hava Alanının bir kısmı ile K.T.Ü. kampüsünün tamamını içeren 11 noktalı bir GPS ağı, ortalama redundanz payı 0.52 olacak sayıda ölçüyle (21 baz) tasarlanmıştır. GPS ölçüleri olan baz vektörleri (ΔX , ΔY ve ΔZ), uyduların ufka dağılımının iyi olduğu, uydular sayısının fazla olduğu zaman aralıklarında, statik ölçü yöntemiyle ölçülmüştür. Baz vektörleri ve varyans-kovaryans matrisi kullanılarak serbest ağ yöntemine göre dengeleme yapıp, model hipotezinin testi, uyumsuz ölçüler testi ve ağın duyarlık ve güven ölçütleri hesaplanmıştır.

Global güven ve duyarlık ölçütlerinden seçilen, skaler amaç fonksiyonlarının yaklaşık minimum değerlerini yakalamak amacıyla, minimum ölçü planından maksimum ölçü planına gidilmiştir. Her yineleme sonunda ölçü kümesine bir baz eklenmiştir. İlave bazların seçiminde güvenilirliği zayıf bazlar ve duyarlığı zayıf noktalar dikkate alınmıştır.

2 Ağın Serbest Dengelenmesi ve Uyuşumsuz Ölçülerin Ayıklanması

Nokta koordinatlarının ve bunların varyans-kovaryans matrisinin datum seçimine bağlı olarak değişmesi nedeniyle deformasyon analizlerinde değişik zamanlarda gözlenen ağırları ortak noktalara göre konumlandırma, datum tanımları ya da kısmi iz minimum çözümleri kaçınılmaz olur (Jaeger ve Bill 1986). Datum belirsizlikleri, hiçbir datum parametresi sabit alınmaksızın, Tüm İz Minimum koşulu altında, düzeltmelerin ve koordinat bilinmeyenlerinin kareleri toplamının minimum yapıldığı en küçük kareler çözümü ile giderilebilir. Serbest ağ dengelemesi olarak da adlandırılan bu çözüm sonucunda, koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hatalarının en küçük olması anlamına gelen $\text{iz}[Q_{xx}] \Rightarrow \min$ koşulu da gerçekleşir (Konak 1996). Şu halde serbest ağ dengelemesi, dengelenmiş koordinatların yaklaşık koordinatlar

sistemine bir Helmert transformasyonundan ibarettir. Ağın noktalarına ilişkin duyarlık ölçütleriyle de irdelenebilmesi için ağda bütün noktaların koordinatları bilinmeyen seçilerek serbest ağ dengelemesi uygulanmalıdır. Böyle bir uygulama ile dış parametreler de ağı duyarlığını en iyi olarak verecek şekilde yani optimal olarak saptanmış olur (Ayan 1981).

Model hatalarının en sık rastlanılan ölçülerde yapılan kaba yanlışlardır. Kaba hataların büyük bir bölümü, düzeltme denklemlerinin kurulması sırasında sabit terimlerde kendini gösterirler ve gözlemler yenilenerek düzeltilirler. Buna karşın rasgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükte olan kaba hatalar, kolaylıkla fark edilemezler ve dengeleme hesabı sonucunda bulunan büyüklükleri olumsuz yönde etkilerler. Bunlar ancak dengeleme hesabı tamamlandıktan sonra uygulanan uyumsuz ölçüler testi yardımı ile belirlenebilir. Bu çalışmada t-testi ile uyumsuz ölçüler belirlenmiştir (Öztürk ve Şerbetçi 1992).

Δ_j , j numaralı ölçüdeki kaba hata olmak üzere t-testi için fonksiyonel model her bir j ölçüsüne karşılık,

$$l + v = [A \quad e_j] \begin{bmatrix} x \\ \Delta_j \end{bmatrix} \quad (1)$$

şeklinde ayrı ayrı genişletilerek oluşturulur. Burada l , ölçü; v , düzeltme; x , bilinmeyenler ve e_j , j. değeri 1 olan sıfır vektörünü; A , katsayılar matrisini göstermektedir. Bu modelden j. ölçüdeki kaba hatanın büyüklüğü ve ters ağırlığı

$$\Delta_j = -\frac{e_j^T P v}{e_j^T P Q_{vv} P e_j}, \quad q_{\Delta\Delta} = \frac{1}{e_j^T P Q_{vv} P e_j} \quad (2)$$

biçiminde hesaplanır. Burada P , ölçülerin ağırlığı ve Q_{vv} , düzeltmelerin ters ağırlık matrisini göstermektedir. Genişletilmiş modelden birim ölçünün ortalama hatasının soncul değeri s_0 , f , serbestlik derecesi olmak üzere

$$s_0 = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} (P_{vv} - \frac{\Delta_j}{q_{\Delta\Delta}})} \quad (3)$$

eşitliğinden hesaplanır. Kaba hatanın anlamlı olup olmadığını irdelenebilmek için sıfır ve seçenek hipotezleri

$$H_0 : E(\Delta_j) = 0 \quad (4)$$

$$H_1 : E(\Delta_j) \neq 0 \quad (5)$$

biçiminde kurulur. Test büyüklüğü

$$T = \frac{|e_j^T P v|}{s_0 \sqrt{e_j^T P Q_{PV} P e_j}} \quad (6)$$

şeklinde hesaplanır. Test büyüklüğü, α testin ve $\bar{\alpha}/2 = 1 - \sqrt{1 - \alpha}/2$ de t-dağılımının yanılma olasılığı olmak üzere $S=1-\alpha$ istatistik güvenle t-dağılımı cetvelinden alınan sınır değer ile karşılaştırılır.

$$T > t_{f-1, 1-\bar{\alpha}/2} \quad (7)$$

ise irdelenen ölçüde sayısal değeri Δ_j kadar olan , anlamlı bir kaba hata vardır. Bu ölçülerden yalnızca en büyüğünün uyuşumsuz olduğuna karar verilir. İlgili ölçü, ölçü kümesinden çıkarılır yada yeniden ölçülür. Uyuşumsuz ölçü kalmayınca kadar aynı işleme devam edilir (Öztürk ve Şerbetçi 1992).

3 Duyarlık Ölçütleri

Jeodezik ağlar için tanımlanan duyarlık ölçütlerinin büyük bir bölümü, noktalara göre tanımlanan ölçütlerdir. Bir jeodezik ağı duyarlığına ilişkin bilgilerin tümü, koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisinde depolanmıştır. Bu nedenle, duyarlık ölçütlerinin hesaplanması için koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisinin tümünden ya da bir bölümünden yararlanılır.

3.1 Noktalara Göre Tanımlanan Duyarlık Ölçütleri

- **Koordinat Bilinmeyenlerinin Ortalama Hatası**

Koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hataları, dengeleme sonucunda hesaplanan karesel ortalama hata (m_0^2) ve koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisi (q_{XX}) kullanılarak,

$$m_{X_j} = m_0 \sqrt{q_{X_j X_j}} \quad (8)$$

eşitliğinden hesaplanır.

- **Helmert Nokta Konum Hatası**

$$m_p = \sqrt{m_{X_j}^2 + m_{Y_j}^2 + m_{Z_j}^2} \quad (9)$$

- **Werkmeister Nokta Konum Hatası**

$$w_{p_j} = m_x m_y m_z \quad (10)$$

eşitliklerinden hesaplanır. Burada m_x , m_y , m_z koordinatların ortalama hatalarını göstermektedir (Güllü 1998).

- **Helmert Ortalama Hata ve Güven Elipsoidleri**

Bir noktanın konum duyarlığı Helmert elipsoidleri ile tanımlanabilir. Söz konusu elipsoidler, nokta konum hatalarına göre daha çok bilgi taşırlar. Bir noktaya ilişkin ortalama hata elipsoidinin elemanları,

$$\begin{aligned} A_H &= m_0 \sqrt{\lambda_1} & x \text{ yönündeki yarı eksen} \\ B_H &= m_0 \sqrt{\lambda_2} & y \text{ yönündeki yarı eksen} \\ C_H &= m_0 \sqrt{\lambda_3} & Z \text{ yönündeki yarı eksen} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\cos \alpha_j = \frac{M_j}{W_j} \quad x \text{ eksenini yönündeki dönüklük}$$

$$\cos \beta_j = \frac{N_j}{W_j} \quad y \text{ eksenini yönündeki dönüklük} \quad (12)$$

$$\cos \gamma_j = \frac{T_j}{W_j} \quad Z \text{ eksenini yönündeki dönüklük}$$

hesaplanır (Wolf 1975, Konak 1994). Buradaki ara değerler aşağıdaki formüllerden hesaplanır.

$$\begin{aligned} M_j &= Q_{xz} (Q_{yy} - \lambda_j) - Q_{xy} Q_{yz} \\ N_j &= (Q_{xx} - \lambda_j) Q_{yz} - Q_{xy} Q_{xz} \\ T_j &= Q_{xy}^2 (Q_{xx} - \lambda_j) - (Q_{yy} - \lambda_j) \\ W_j^2 &= M_j^2 + N_j^2 + T_j^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Deneysel güven elipsoidinin yarı eksenleri de

$$\begin{aligned} A_G &= m_0 \sqrt{\lambda_1} 3F_{3, f, 1-\alpha} \\ B_G &= m_0 \sqrt{\lambda_2} 3F_{3, f, 1-\alpha} \\ C_G &= m_0 \sqrt{\lambda_3} 3F_{3, f, 1-\alpha} \end{aligned} \quad (14)$$

eşitliklerinden hesaplanır. Yarı eksenlere ilişkin dönüklükler de (12) ve (13) eşitliklerinden elde edilir. Bu eşitliklerden görüleceği üzere, bir noktanın geometrik yeri olarak düşünülen hata elipsoidi içine düşme olasılığı, yaklaşık % 27 civarındadır. Oysa, bir noktanın güven elipsoidi içine düşme olasılığı S istatistik güvene bağlı olup, her durumda % 95 - % 99 olarak alınabilmektedir (Wolf ve Ghilani 1997; Öztürk 1992; Konak 1994; Öncel 1991).

3.2 Lokal Duyarlık Ölçütleri

Noktaların birbirlerine göre konum duyarlıkları lokal duyarlık ölçütleri ile hesaplanır.

▪ Bağlı Hata ve Güven Elipsoidleri

Herhangi iki ağ noktasının birbirlerine göre konumları koordinatların farklarının bir fonksiyonu olarak düşünüldüğünde, bağlı hata kavramından söz edilir. Hesaplanan bağlı hata elipsoidlerinin geometrik yeri, iki noktayı birleştiren doğrunun orta noktası olarak düşünülür. Her iki noktanın koordinat farkları vektörü (d) ve bu vektörün ters ağırlık matrisi (Q_{dd}), birim matris I olmak üzere,

$$d = \begin{bmatrix} -I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} = FX \quad (15)$$

$$Q_{dd} = FQ_{xx}F^T \quad (16)$$

$$Q_{dd} = \begin{bmatrix} q_{d_x,d_x} & q_{d_x,d_y} & q_{d_x,d_z} \\ q_{d_y,d_x} & q_{d_y,d_y} & q_{d_y,d_z} \\ q_{d_z,d_x} & q_{d_z,d_y} & q_{d_z,d_z} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Eşitliklerinden hesaplanır. Bağlı hata ve güven elipsoidinin yarı eksenleri ve doğrultuları (11), (12), (13) ve (14) eşitliklerinde verilen temel bağıntılara göre Q_{dd} matrisinden hesaplanır (Konak 1994; Kurt 1996).

3.3 Global Duyarlık Ölçütleri

▪ Varyans Ölçütü

Varyans ölçütü, deneysel varyans-kovaryans matrisinin ana köşegen elemanlarının toplamı olarak ele alınır (Güllü 1998; Konak 1994).

$$iz(K_{xx}) = m_0^2 iz(Q_{xx}) = m_0^2 \sum_{i=1}^{3p} \lambda_i \quad (18)$$

Varyans ölçütünün ayırma gücü, hacim ölçütünün ayırma gücünden çok fazladır. Bu nedenle ağın iç duyarlığının yüksek olması istenildiğinde varyans ölçütünün minimum olması en uygun amaç

fonksiyonudur (Konak 1994).

▪ Ortalama Koordinat Duyarlığı

Ortalama koordinat duyarlığının gerçekleştirilebilir değerleri

$$m_x, m_y, m_z = \sqrt{\frac{iz(K_{xx})}{3p}} \quad (19)$$

bağıntısından hesaplanır.

▪ Özdeğer Ölçütü

Ağda koordinat bilinmeyenlerinin belirli bir fonksiyonun karesel ortalama hatasının minimum olması, amaç fonksiyonu olarak benimsenebilir. Bilinmeyenlerin herhangi bir fonksiyonu, en genel biçimiyle,

$$f = FX \quad (20)$$

matris fonksiyonu olarak yazılabilir. Karesel ortalama hatanın minimum olması öngörülen bu fonksiyonun diferansiyeli,

$$df = \frac{\partial F(X)}{\partial x} dx$$
$$df = a^T dx \quad (21)$$

biçimindedir. Karesel ortalama hata,

$$m_f^2 = a^T K_{xx} a = m_0^2 a^T Q_{xx} a \quad (22)$$

şeklinde elde edilir. Varyansın olası değerleri Rayleigh ilişkisi,

$$\lambda_{\min} \leq \frac{a^T Q_{xx} a}{a^T a} \leq \lambda_{\max} \quad (23)$$

eşitsizliği ile sınırlanabilir. Buradan minimum ve maksimum değerler varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinin minimum ve maksimum değerleridir. Söz konusu eşitsizlikte sadeleştirmeler yapıldığında,

$$\lambda_{\min} \cong \lambda_{\max} \quad (24)$$

koşulunu sağlayan jeodezik ağların homojen ve izotrop oldukları sonucuna varılır. Homojen bir ağda güven elipslerinin tümü benzer görünümlü ve aynı büyüklüktedir. İzotrop ağlarda güven

elipslerinin yarı eksenleri birbirine eşit ve elipsler daire görünümündedir. Kısaca homojen ve izotrop bir ağda güven hiperelipsoidlerinin yarı eksenlerinin tümü birbirine eşittir. Bunun sonucunda özdeğerler arasında,

$$\lambda_1 \cong \lambda_2 \cong \dots \cong \lambda_{3p} \quad (25)$$

ilişkisi vardır. Bunun gibi,

$$\lambda_{\max} - \lambda_{\min} \quad (26)$$

amaç fonksiyonlarının her biri homojen ve izotrop bir ağı gösterir (Güllü 1998; Öztürk 1987; Konak 1994).

Jeodezik ağlar da bir işletmeye benzetilerek optimizasyona konu edilebilir. Henüz tasarım aşamasındaki Jeodezik ağın amacı; örneğin kurulacak ağın noktalarının konum hataları en küçük olmalı veya ± 5 cm. yi aşmamalı, veya ağın nokta hata elipslerinin büyük yarı eksenleri 5 cm. yi aşmamalı şeklinde, yada güvenilirlik ölçütleriyle ağın kontrol edilebilirlik derecesini gösteren serbestlik derecesi bileşenleri 0,5 den küçük olmamalı, şeklinde ortaya konulabilir (Özşamlı 1994).

4 Güven Ölçütleri

Güvenirlik, hipotez testleri yardımıyla tespit edilmiş model hatalarının büyüklüğünü verir (Ayan 1981). Güvenirlik bir ağın ölçülerdeki kaba hataları teşhis edilebilme ve ortaya çıkarabilme kabiliyeti olarak da tanımlanabilir (Dilaver 1996). Dengeleme sonuçlarına ve onların duyarlıklarına ilişkin yorumlar, matematik modelin gerçeği yansıtması durumunda doğrudur. Model hataları ya da sistematik hatalar dengeleme sonuçlarını etkilemektedir. Duyarlık ölçütleri yalnız başlarına sonuçların güvenilirliğini tanımlamada yetersiz kalırlar. Bu nedenle kaba hatalı ölçüleri ayırma gücü olan iç güvenilirlik ve ortaya çıkarılmayan model hatalarının dengeleme sonuçlarına olan etkilerini gösteren dış güvenirlüğün belirlenmesi gerekir (Öztürk ve Şerbetçi 1992; Dilaver 1996). Bir jeodezik ağ küçük kaba hataları teşhis edebildiği zaman o ağın güvenirlüğünün yüksek olduğu farz edilir (Baarda 1968).

4.1 İç Güven Ölçütü

İç güven ölçütü, bir ölçüdeki hatanın model hipotezinin testi yada model hatalarının genel testi yöntemlerinden biriyle açığa çıkarılabilmesi için en

az ne büyüklükte bir değere ulaşması gerektiğini gösterir. Bir ağda oluşabilecek model hatalarının denetlenmesi amacıyla, herhangi bir ölçüde yapılacak hatanın yüzde kaçının bu ölçünün düzeltilmesine yansiyacağı

$$r_j = (Q_w)_j P_j \quad (27)$$

redundanz payı ile belirlenir. Redundanz payı her ölçü için hesaplanır. Redundanz payı 1'e çok yakın olan ölçüler, ölçü planından çıkarılabilir, küçük değerlere dik yönde yeni ölçüler planlanır.

İç güven ölçütü, bir ölçüdeki kaba hatanın düzeltmeler üzerindeki etkilerini belirlemek için kullanılan birer sınır değeri olmaktadır (Dilaver 1996). α_0 , 1. tip hata; β_0 , 2. tip hata; $w_0 = F_{(\alpha_0, \beta_0, f, \infty)}$ dış merkezlik parametresinin sınır değeri, olmak üzere iç güven ölçütü,

$$|\Delta_{0j}| = m_0 \sqrt{\frac{w_0}{P_j r_j}} \quad (28)$$

şeklinde hesaplanır. İç güven ölçütü, bir ağda yapılan ölçülerden herhangi birinin diğer ölçüler yardımıyla denetlenebilirliğinin bir ölçütüdür. Bu ölçüt, bir ölçüde model hipotezi ile saptanamayan en büyük hatanın büyüklüğü hakkında bilgi verir.

4.2 Dış Güven Ölçütü

Dış güven ölçütü, ortaya çıkarılmayan bir model hatasının koordinat bilinmeyenlerine yada bunların fonksiyonlarına etkime katsayısıdır. Ortaya çıkarılmayan bir model hatasının koordinat bilinmeyenlerine etkisi, bunun dengeli ölçülere etkisinden çok daha önemlidir. Dış güven ölçütü,

$$\delta_{0i}^2 = \frac{1 - r_i}{r_i} w_0 \quad (29)$$

şeklinde hesaplanır.

5 Duyarlık ve Güven Ölçütlerinden Türetilen Amaç Fonksiyonları

▪ Duyarlık Ölçütlerinden Türetilen Amaç Fonksiyonları

Ağın tüm duyarlık ölçütlerinin kaynağı olan varyans-kovaryans matrisinin bazı özel fonksiyonları, amaç fonksiyonu olarak seçildiğinde, bu amaç fonksiyonlarını sağlayan ağlarda optimizasyon deyimleri ile adlandırılmaktadır

(Grafarend ve Sanso 1985). Amaç fonksiyonlarını (Z), sağlayan ağlara verilen adlar aşağıda sıralanmıştır.

a- Ağın global konum duyarlılığı için varyans ölçütünün.

$$Z = iz(\underline{K}_{xx}) \Rightarrow \min. \quad (30)$$

olması istenebilir. Bu amaç fonksiyonu sağlayan ağlara A-Optimal ağlar denir.

b- Varyans-kovaryans matrisinin determinantının

$$Z = \det(\underline{K}_{xx}) \Rightarrow \min. \quad (31)$$

olması istenebilir. Bu amaç fonksiyonu sağlayan ağlara D-Optimal ağlar denir.

c- Varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden en büyüğünün,

$$Z = \lambda_{\max.} \Rightarrow \min. \quad (32)$$

olması istenebilir. Bu amaç fonksiyonu sağlayan ağlara E-Optimal ağlar denir.

d- Varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden en büyük ve en küçük eksenleri arasındaki farkların

$$Z = \lambda_{\max.} - \lambda_{\min.} \Rightarrow \min. \quad (33)$$

olması istenebilir. Bu amaç fonksiyonunu sağlayan ağlara S-Optimal ağlar denir.

e- Konum duyarlıklarının her doğrultuda birbirine yakın olması yani,

$$Z = 1 - \lambda_{\min.} / \lambda_{\max.} \Rightarrow \min. \quad (34)$$

olması istenebilir. Bu amaç fonksiyonu sağlayan ağlara I-Optimal ağlar denir (Ayan 1981).

Deformasyon ağları gibi bazı ağlarda noktalara ilişkin güven elipsoidlerinin homojen ve izotrop yapıda olmasının yanı sıra noktaların konum hatalarının minimum olmasını da öngören

$$Z = iz(\underline{Q}_{xx}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \Rightarrow \min. \quad (35)$$

bileşik amaç fonksiyonu seçilebilir. Bu amaç fonksiyonunda birim uyumunu sağlamak amacıyla $(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$ değeri m_0^2 'ye bölünür.

▪ Güven Ölçütlerinden Türetilen Amaç Fonksiyonları

Bir jeodezik ağa ilişkin dış yada iç güven ölçütleri amaç fonksiyonu olarak ele alınırsa güven optimizasyonu gündeme gelir (Konak 1994). Güven ölçütlerinden seçilecek amaç fonksiyonları aşağıda sıralanmıştır.

a- Jeodezik ağlarda ölçülerin redundanz payı önemli bir güven ölçütüdür. Ölçülerin redundanz paylarının,

$$Z = r_i > 0.5 \text{ ya da } r_i > 0.3 \quad (36)$$

sınır değerlerini aşması, bununla birlikte ağın ortalama serbestlik derecesine yakın değerler almaları istenir.

b- İyi planlanmış ve dengelemenin matematik modeli doğru kurulmuş bir ağda, iç güven ölçütlerinin,

$$Z = \Delta_{oi} \cong (6 \text{ ya da } 8) m_i \quad (37)$$

ve dış güven ölçütlerinin,

$$Z = \delta_{oi} \cong 6 \text{ ya da } 10 \quad (38)$$

amaç fonksiyonları ile belirlenen sınır değerlerini aşmamaları ve mümkün olduğu kadar küçük değerler almaları istenir (Baarda 1977; Öztürk 1992; Konak 1994; Kurt 1996; Ayan 1981; Dilaver 1996).

6 Çözüm Algoritmaları

Jeodezik ağlarda optimizasyon işlemi aşağıda belirtilen dört tasarım parametresiyle sınıflandırılabilir:

- 0. derece tasarım parametresi; ağın optimum datumunun belirlenmesi.
- 1. derece tasarım parametresi; ağın optimum şeklinin belirlenmesi.
- 2. derece tasarım parametresi; gözlemlerin optimum ağırlıklarının belirlenmesi.
- 3. derece tasarım parametresi; mevcut bir ağı geliştirilmesi (Grafarend E. W. 1974, Seemkooei 2001).

Yukarıda belirtilen tasarım parametreleri, çözüm algoritmalarından simülasyon yöntemi veya analitik yöntemle gerçekleştirilir (Cross 1985, Seemkooei 2001).

Simülasyon yöntemlerinde, bilgisayar destekli bir optimizasyon çözümü ve amaç fonksiyonu (duyarlık, güven ve maliyet ölçütleri) belirlenir.

Amaçlanan ağ oluşturuluncaya kadar yinemele çözüm yapılır. Örneğin ağın olası tüm gözlemleri ölçü planı olarak ele alınır ve her bir yineleme de amaç fonksiyonuna en az etkisi olan gözlem ölçü planından çıkarılır. Ya da başlangıçta duyarlık ve güven ölçütlerine bakılmaksızın ağın tek anlamlı çözümünü için yeterli olabilecek gözlem planı ile işe başlanır. Amaç fonksiyonuna en anlamlı katkıda bulunan gözlemler her bir yineleme işlemi sonucunda belirlenerek gözlem planına eklenir (Kuang 1996; Konak 1994).

Bilgisayar destekli bir simülasyon yöntemi aşağıdaki adımlar halinde özetlenebilir.

1. Ağın kullanım amacına uygun, ulaşılmak istenen, duyarlık ve güven ölçütleri belirlenir.

2. Ağın ilk dizaynı için gözlem planı seçilir (kontrol noktaları, gözlemler ve ağırlıklar).

3. En küçük kareler yöntemi ile ağa ilişkin varyans-kovaryans matrisi hesaplanarak duyarlık ve güven ölçütü olarak ele alınacak değerler belirlenir.

4. Bu değerler 1. adımdaki değerlere yaklaşırsa 5. adıma geçilir. Aksi takdirde gözlem planı değiştirilir (Ağ çok iyi oluşturulmuşsa gözlemlerin ağırlık oranları düşürülür ya da gözlemler ölçü planından çıkarılır. Ancak ağ yetersiz ise gözlemler eklenir ya da uygun

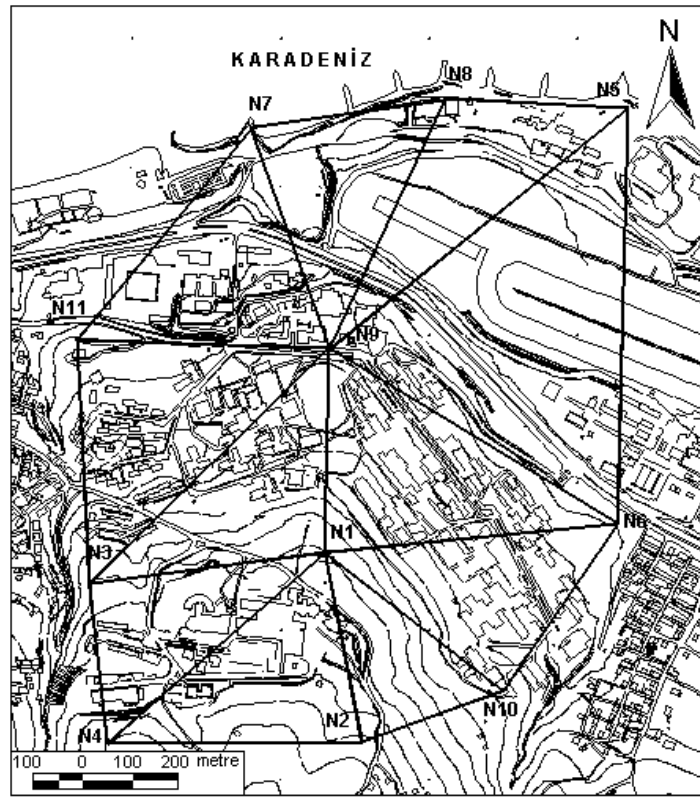
gözlemlerin ağırlıkları büyütülür) ve 3. adıma geçilir.

5. Ağın maliyeti hesaplanır ve 1. adıma dönme olasılıkları gözden geçirilir. Gerekirse tamamen farklı özellikte ya da yapıda yeni bir ağ tasarlanarak söz konusu süreç yinelenir. Optimum maliyete ulaşıldığı kanısına varıldığında işlem tamamlanmış olur (Konak 1994).

7 Uygulama

Uygulamada, Karadeniz Teknik Üniversitesi kampüsü alanını ve Trabzon Hava Alanının bir kısmını içeren bir GPS ağı tasarlanmıştır (Şekil.1). 11 noktalı bu ağda, ortalama serbestlik derecesi 0.5 olacak şekilde 21 baz vektörü, planlanmıştır. Ölçüler uyduların ufka dağılımının en uygun olduğu zaman aralıklarında, statik ölçü yöntemiyle, 30 'ar dakikalık oturumlarla, 3 adet çift frekanslı Z surveyor alıcıyla, toplam 11 oturumda yapılmıştır.

Ağ, önce serbest dengelenerek, uyumsuz ölçülerin irdelenmesi yapılmıştır. Sonra, ağın duyarlık ve güven ölçütlerine göre optimizasyonu yapılmıştır.

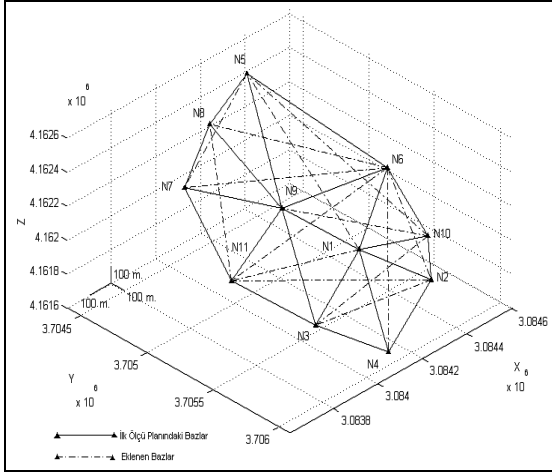


Şekil 1. Uygulama ağı

▪ **Duyarlık ölçütlerine göre optimizasyon**

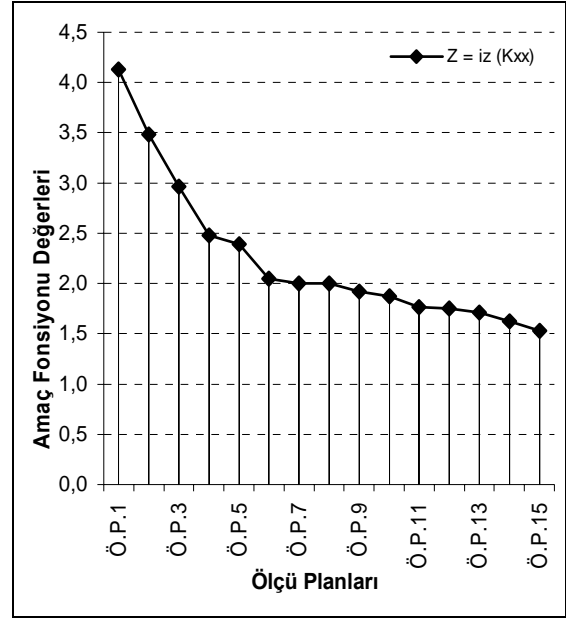
Duyarlık ölçütlerinden türetilen (30) ve (33) eşitliklerinde verilen amaç fonksiyonları da dikkate alınarak, (35) eşitliğinde verilen bileşik amaç fonksiyonu minimum yapılmıştır.

Çözüm algoritması olarak, simülasyon yöntemi kullanılmıştır. Her yinelemede ölçü planına bir baz eklenmiştir. Eklenen bazlar sırasıyla; N10-N5, N10-N9, N10-N3, N1-N5, N6-N4, N1-N11, N11-N8, N6-N2, N2-N3, N11-N2, N6-N11, N6-N7, N6-N8 ve N5-N7'dir (Şekil 2).



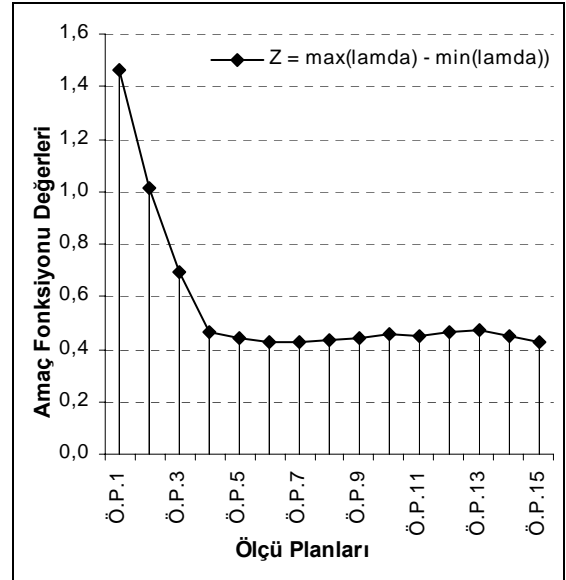
Şekil 2. Ağa eklenen bazlar

İlk aşamada, (30) eşitliği amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Oluşturulan yeni ölçü planlarına göre eklenen her bir bazın seçilen amaç fonksiyonuna etkileri Şekil 3'de görülmektedir.



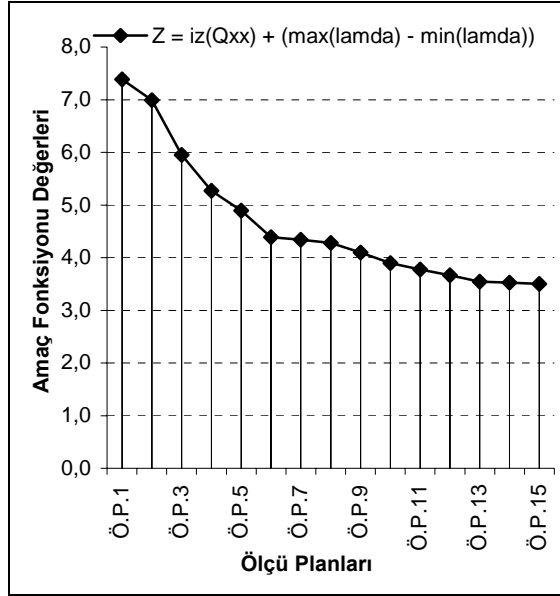
Şekil 3. $Z = iz(K_{xx})$ amaç fonksiyonu değerlerinin ölçü planlarına göre değişimi

İkinci aşamada koordinat bilinmeyenlerinin varyans-kovaryans matrisinin özdeğerlerinden en büyüğü ile en küçüğü arasındaki farkı ortaya koyan (33) eşitliği amaç fonksiyonu seçilmiştir. Oluşturulan yeni ölçü planlarına göre eklenen her bir bazın amaç fonksiyonuna etkileri Şekil 4'de görülmektedir.



Şekil 4. $Z = \max(\lambda) - \min(\lambda)$, amaç fonksiyonu değerlerinin ölçü planlarına göre değişimi

Son aşamada (30) ve (33) amaç fonksiyonlarının bileşimi olan, deformasyon ağlarından beklenen yüksek nokta konum duyarlılığı ve homojen ve izotrop ağ yapısı isteğini karşılayacak bileşik amaç fonksiyonu (35) belirlenmiştir. Oluşturulan ölçü planlarına göre eklenen her bir bazın amaç fonksiyonuna etkileri Şekil 5’de görülmektedir.

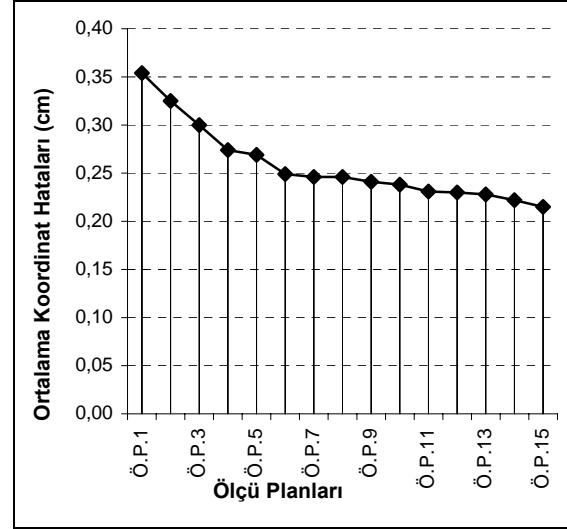


Şekil 5. $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \Rightarrow \min$. amaç fonksiyonu değerlerinin ölçü planlarına göre değişimi

Şekil 5 incelendiğinde, 6. ölçü planından sonra eklenen her bir bazla oluşturulan yeni ölçü planlarının, amaç fonksiyonuna etkilerinin 0.2 değerinin altında kaldığı görülür. Ağın maliyeti de göz önüne alındığında duyarlık yönünden yaklaşık optimum ağa 5. bazın eklenmesiyle, 6. ölçü planında ulaşıldığına karar verilmiştir. Her ne kadar 6. ölçü planından sonra oluşturulan yeni ölçü planlarının (30) amaç fonksiyonunun değerlerini küçülttüğü görülse de (33) amaç fonksiyonunun değerlerini büyültmekte diğer bir değişle ağın

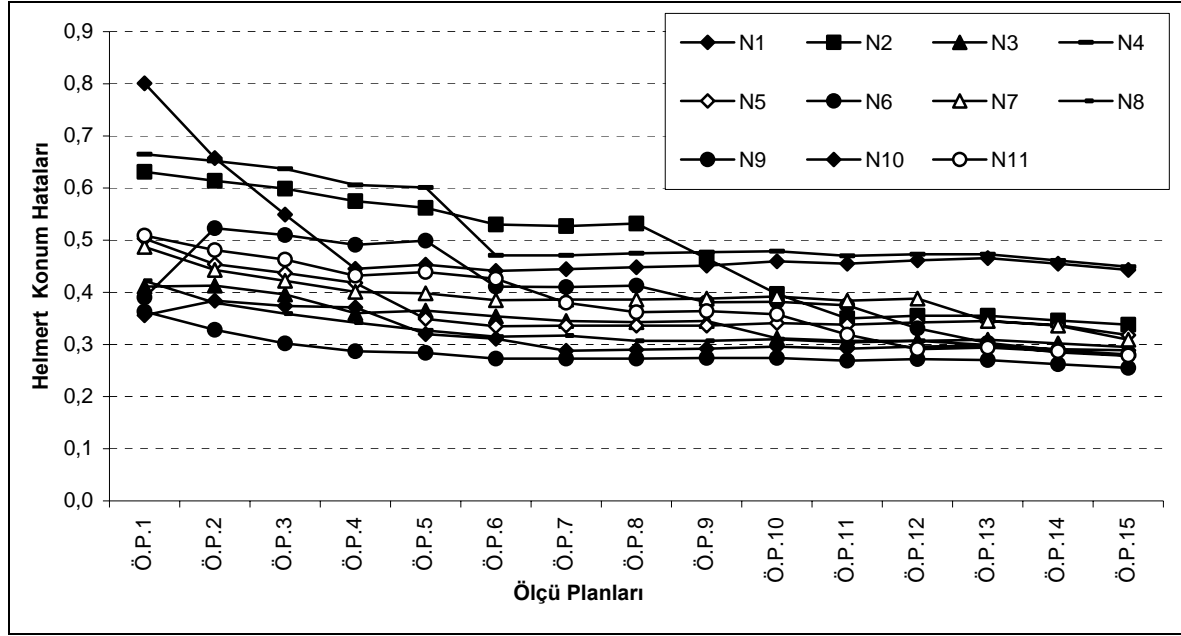
homojen yapısı bozulmaktadır.

Ağın global duyarlık ölçütlerinden (19) eşitliğinde verilen ortalama koordinat duyarlığının ölçü planlarına göre değişimi şekil 6’da verilmiştir. Şekil 6’da görüldüğü gibi, 6. ölçü planından sonraki ölçü planlarında ortalama koordinat duyarlıklarındaki artış azalmaktadır.



Şekil 6. Ortalama Koordinat duyarlığının ölçü planlarına göre değişimi

Eklenen her bazın Helmert nokta konum duyarlıklarına etkisi Şekil 7’de gösterilmiştir. Şekil 7 incelendiğinde ilk 4 ölçü planıyla 10 numaralı noktanın, 5. ölçü planıyla 5 numaralı noktanın, 6. ölçü planıyla 4 ve 6 numaralı noktaların, 7. ve 8. ölçü planlarıyla 11 numaralı noktanın, 9. ve 10. ölçü planıyla 2 numaralı noktanın konum hatalarının azaldığı görülür. 10. ölçü planından sonra eklenen yeni bazlarla, oluşturulan ölçü planlarındaki noktaların konum duyarlıklarının fazla değişmediği belirlenmiştir.



Şekil 7. Ölçü Planlarına göre noktaların Helmert nokta konum hataları değişimi

▪ **Güven ölçütlerine göre optimizasyon**

Güven ölçütlerinden türetilen amaç fonksiyonlarından, (36) eşitliğinde verilen redundanz payı ölçütü, (37) eşitliğinde verilen iç güven ölçütü ve (38) eşitliğiyle verilen dış güven ölçütlerinden türetilen amaç fonksiyonları uygulamada kullanılmıştır.

Ağın, ilk ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz payları hesaplanmış ve sınır değer 0.5 seçilerek, Çizelge 1’de verilmiştir. Çizelge 1 incelendiğinde, N1-N2, N2-N4, N3-N4, N5-N8, N6-N1, N8-N7, N9-N8, ve N11-N3 bazlarının redundanz paylarının sınır değerinin altında kaldığı görülmektedir.

Çizelge 1. İlk ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz değerleri

Bazlar	Kısmi Redundanz Değerleri			Sınır Değer
	$r_{\Delta X_i}$	$r_{\Delta Y_i}$	$r_{\Delta Z_i}$	
N1-N2	0,40	0,38	0,40	0,50
N1-N3	0,58	0,61	0,47	0,50
N1-N4	0,63	0,73	0,65	0,50
N1-N10	0,75	0,57	0,57	0,50
N2-N4	0,34	0,34	0,30	0,50
N3-N4	0,53	0,37	0,48	0,50
N5-N8	0,21	0,43	0,27	0,50

N6-N1	0,07	0,07	0,06	0,50
N6-N5	0,73	0,51	0,70	0,50
N6-N10	0,73	0,59	0,60	0,50
N8-N7	0,40	0,41	0,38	0,50
N9-N6	0,75	0,84	0,87	0,50
N9-N1	0,67	0,76	0,81	0,50
N9-N3	0,45	0,51	0,51	0,50
N9-N5	0,67	0,66	0,62	0,50
N9-N7	0,67	0,52	0,57	0,50
N9-N8	0,34	0,33	0,36	0,50
N10-N2	0,45	0,70	0,80	0,50
N11-N3	0,34	0,23	0,29	0,50
N11-N7	0,64	0,72	0,67	0,50
N11-N9	0,62	0,63	0,62	0,50

Ağın ilk ölçü planındaki bazlara ilişkin iç güven ölçütleri (28) eşitliğinden hesaplanmış ve (37) amaç fonksiyonuna göre sınır değerler Çizelge 2’de verilmiştir. Çizelge 2 incelendiğinde, N5-N8, N6-N1 ve N11-N3 bazlarının iç güven ölçütlerinin sınır değerleri aştığı görülmektedir.

Çizelge 2. İlk ölçü planında ağın iç güven ölçütleri

Bazlar	İç Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri					
	$ \Delta_{0\Delta Y} $	$8m_{\Delta Y}$	$ \Delta_{0\Delta Y} $	$8m_{\Delta Y}$	$ \Delta_{0\Delta Z} $	$8m_{\Delta Z}$
N1-N2	2.71	3.33	2.58	3.09	2.46	3.02

N1-N3	1,75	2,58	1,67	2,53	1,86	2,48
N1-N4	2,39	3,68	2,12	3,51	2,05	3,21
N1-N10	4,18	7,03	4,53	6,63	4,41	6,46
N2-N4	3,41	3,86	3,21	3,63	2,66	3,27
N3-N4	2,73	3,86	3,00	3,54	2,53	3,40
N5-N8	2,56	2,28	1,70	2,16	2,06	2,08
N6-N1	2,49	1,28	2,34	1,20	2,69	1,28
N6-N5	1,88	3,12	2,02	2,80	1,98	3,22
N6-N10	4,26	7,07	4,48	6,67	4,32	6,49
N8-N7	1,69	2,08	1,46	1,81	1,53	1,83
N9-N6	1,51	2,54	1,39	2,47	1,53	2,77
N9-N1	1,55	2,46	1,44	2,43	1,53	2,67
N9-N3	1,86	2,42	1,70	2,36	1,72	2,39
N9-N5	1,55	2,46	1,40	2,21	1,45	2,21
N9-N7	1,45	2,31	1,39	1,95	1,33	1,95
N9-N8	1,61	1,82	1,33	1,58	1,27	1,48
N10-N2	5,44	7,08	4,23	6,86	3,91	6,78
N11-N3	2,02	2,28	2,32	2,16	2,09	2,18
N11-N7	2,05	3,18	1,82	2,99	1,81	2,88
N11-N9	1,81	2,76	1,74	2,68	1,70	2,59

Ağın ilk ölçü planındaki bazlara ilişkin dış güven ölçütleri (29) eşitliğinden hesaplanmış ve (38) amaç fonksiyonuna göre sınır değer Çizelge 3'de verilmiştir. Çizelge 3 incelendiğinde, N5–N8, N6–N1 ve N11–N3 bazlarının dış güven ölçütlerinin, sınır değeri aştığı görülmektedir.

Çizelge 3. İlk ölçü planında ağın dış güven ölçütleri

Bazlar	Dış Güven Ölçütleri ve Sınır Değer			Sınır Değer
	$\delta_{0\Delta X_i}$	$\delta_{0\Delta Y_i}$	$\delta_{0\Delta Z_i}$	
N1-N2	5,05	5,27	5,05	6
N1-N3	3,51	3,30	4,38	6
N1-N4	3,16	2,51	3,03	6
N1-N10	2,38	3,58	3,58	6
N2-N4	5,74	5,74	5,05	6
N3-N4	3,88	5,38	4,29	6
N5-N8	8,00	4,75	6,78	6
N6-N1	15,03	15,03	16,32	6
N6-N5	2,51	4,04	2,70	6
N6-N10	2,51	3,44	3,37	6
N8-N7	5,05	4,95	5,27	6
N9-N6	2,38	1,80	1,59	6
N9-N1	2,89	2,32	2,00	6
N9-N3	4,56	4,04	4,04	6

N9-N5	2,89	2,96	3,23	6
N9-N7	2,89	3,96	3,58	6
N9-N8	5,74	5,87	5,50	6
N10-N2	4,56	2,70	2,06	6
N11-N3	5,74	7,54	6,45	6
N11-N7	3,09	2,57	2,89	6
N11-N9	3,23	3,16	3,23	6

Görüldüğü gibi N11–N3, N5–N8 ve N6–N1 bazlarının, redundanz payları, iç güven ölçütleri ve dış güven ölçütleri sınır değer şartlarını sağlamamıştır. Güvenirliliği düşük olan bu bazlara dik yönde sırasıyla N10–N3 (4.ölçü planı), N1–N5 (5. ölçü planı) ve N6–N4 (6. ölçü planı) bazları tesis edilerek ağın iç ve dış güvenirliliği iyileştirilmiştir. 6. ölçü planında kısmi serbestlik dereceleri 0,5 değerinin altında olan, N11–N3, N9–N8, N8–N7, N1–N2, N2–N4, bazların redundanz değerlerini arttırmak amacıyla, sonraki ölçü planlarına N1–N11 bazı eklenerek (7. ölçü planı) N1–N2 ve N11–N3 bazlarının redundanz değerleri, N11–N8 bazı eklenerek (8. ölçü planı) N8–N7 ve N9–N8 bazlarının redundanz değerleri, N6–N2 ve N2–N3 bazı eklenerek (9. ve 10. ölçü planları) N2–N4 bazının redundanz değerleri, 0,5 sınır değerinin üzerine çekildi. Güvenilir ağ yapısına 10. ölçü planı ile ulaşıldı. 10. ölçü planına göre baz vektörleri bileşenlerinin redundanz payları hesaplanmış ve Çizelge 4'de verilmiştir.

Çizelge 4. $Z = r_i > 0.5$ amaç fonksiyonunun sağlandığı 10. ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin redundanz değerleri

Bazlar	Kısmi Redundanz Değerleri			Sınır Değer
	$r_{\Delta X_i}$	$r_{\Delta Y_i}$	$r_{\Delta Z_i}$	
N1-N2	0,52	0,56	0,50	0,50
N1-N3	0,77	0,67	0,77	0,50
N1-N4	0,71	0,87	0,75	0,50
N1-N5	0,52	0,63	0,62	0,50
N1-N10	0,79	0,77	0,77	0,50
N1-N11	0,64	0,70	0,69	0,50
N2-N3	0,52	0,62	0,61	0,50
N2-N4	0,49	0,50	0,51	0,50
N3-N4	0,78	0,61	0,66	0,05
N5-N8	0,51	0,65	0,50	0,05
N6-N1	0,55	0,53	0,52	0,05
N6-N2	0,71	0,62	0,68	0,05
N6-N4	0,52	0,68	0,58	0,05

N6-N5	0,82	0,58	0,77	0,05
N6-N10	0,78	0,77	0,77	0,05
N8-N7	0,63	0,51	0,59	0,05
N9-N6	0,81	0,84	0,97	0,05
N9-N1	0,73	0,78	0,86	0,05
N9-N3	0,48	0,59	0,57	0,05
N9-N5	0,72	0,69	0,72	0,05
N9-N7	0,68	0,52	0,57	0,05
N9-N8	0,51	0,55	0,59	0,05
N10-N2	0,65	0,70	0,90	0,05
N10-N3	0,60	0,73	0,72	0,05
N10-N5	0,72	0,70	0,62	0,05
N10-N9	0,80	0,79	0,77	0,05
N11-N3	0,53	0,54	0,59	0,05
N11-N7	0,70	0,76	0,73	0,05
N11-N8	0,72	0,77	0,79	0,05
N11-N9	0,71	0,78	0,70	0,05

Ağın, olgunlaştırılmış ölçü planındaki (10. ölçü planı) baz vektörleri bileşenlerinin iç güven ölçütleri de hesaplanmış ve Çizelge 5’de verilmiştir.

Çizelge 5. Ölçülerin, $Z = \Delta_{0i}$ değerlerinin yaklaşık minimum olduğu 10. ölçü planında ağın iç güven ölçütleri

Bazlar	İç Güven Ölçütleri ve Sınır Değerleri					
	$ \Delta_{0\Delta Y} $	$8m_{\Delta Y}$	$ \Delta_{0\Delta Y} $	$8m_{\Delta Y}$	$ \Delta_{0\Delta Z} $	$8m_{\Delta Z}$
N1-N2	1,64	2,29	1,46	2,12	1,56	2,14
N1-N3	1,26	2,14	1,16	1,85	1,19	2,03
N1-N4	1,70	2,78	1,45	2,63	1,43	2,41
N1-5	1,43	2,00	1,35	2,08	1,36	2,08
N1-N10	2,39	4,12	2,38	4,05	2,37	4,04
N1-N11	1,44	2,24	1,34	2,18	1,35	2,17
N2-N3	1,74	2,44	1,44	2,20	1,50	2,27
N2-N4	2,08	2,82	1,92	2,64	1,72	2,39
N3-N4	1,73	2,97	1,73	2,62	1,59	2,50
N5-N8	1,36	1,88	1,16	1,82	1,28	1,75
N6-N1	1,54	2,22	1,48	2,09	1,54	2,15
N6-N2	1,53	2,50	1,54	2,36	1,45	2,32
N6-N4	1,94	2,71	1,68	2,68	1,59	2,35
N6-N5	1,43	2,51	1,56	2,30	1,47	2,51
N6-N10	2,50	4,29	2,45	4,17	2,46	4,18
N8-N7	1,19	1,83	1,15	2,59	1,08	1,61
N9-N6	1,38	2,41	1,28	2,27	1,27	2,43
N9-N1	1,18	1,96	1,13	1,94	1,12	2,01

N9-N3	1,50	2,02	1,29	1,92	1,35	1,98
N9-N5	1,17	1,93	1,12	1,80	1,11	1,82
N9-N7	1,28	2,04	1,24	1,73	1,18	1,73
N9-N8	1,12	1,55	0,89	1,28	0,86	1,28
N10-N2	2,71	4,24	2,59	4,20	2,29	4,21
N10-N3	2,70	4,06	2,43	4,03	2,48	4,08
N10-N5	2,58	4,25	2,56	4,16	2,71	4,14
N10-N9	2,37	4,11	2,36	4,07	2,38	4,05
N11-N3	1,34	1,89	1,25	1,78	1,20	1,79
N11-N7	1,55	2,52	1,41	2,39	1,39	2,30
N11-N8	1,38	2,27	1,29	2,20	1,22	2,11
N11-N9	1,29	2,11	1,21	2,08	1,23	2,00

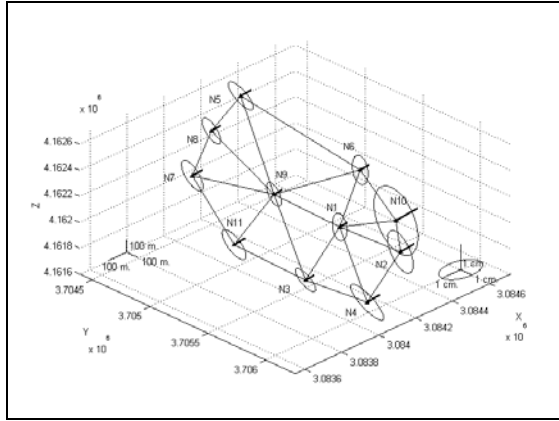
Ağın, olgunlaştırılmış ölçü planındaki baz vektörleri bileşenlerinin dış güven ölçütleri hesaplanmış ve Çizelge 6’ da verilmiştir.

Çizelge 6. Ölçülerin, $Z = \delta_{0i}$ değerlerinin yaklaşık minimum olduğu 10. ölçü planında ağın dış güven ölçütleri

Bazlar	Dış Güven Ölçütleri ve Sınır Değer			Sınır Değer
	$\delta_{0\Delta X_i}$	$\delta_{0\Delta Y_i}$	$\delta_{0\Delta Z_i}$	
N1-N2	3,96	3,65	4,12	6
N1-N3	2,25	2,89	2,25	6
N1-N4	2,64	1,59	2,38	6
N1-N5	3,96	3,16	3,23	6
N1-N10	2,13	2,25	2,25	6
N1-N11	3,09	2,70	2,76	6
N2-N3	3,96	3,23	3,30	6
N2-N4	4,21	4,12	4,04	6
N3-N4	2,19	3,30	2,96	6
N5-N8	4,04	3,03	4,12	6
N6-N1	3,73	3,88	3,96	6
N6-N2	2,64	3,23	2,83	6
N6-N4	3,96	2,83	3,51	6
N6-N5	1,93	3,51	2,25	6
N6-N10	2,19	2,25	2,25	6
N8-N7	3,16	4,04	3,44	6
N9-N6	2,00	1,80	0,73	6
N9-N1	2,51	2,19	1,66	6
N9-N3	4,29	3,44	3,58	6
N9-N5	2,57	2,76	2,57	6
N9-N7	2,83	3,96	3,58	6
N9-N8	4,04	3,73	3,44	6
N10-N2	3,03	2,70	1,37	6

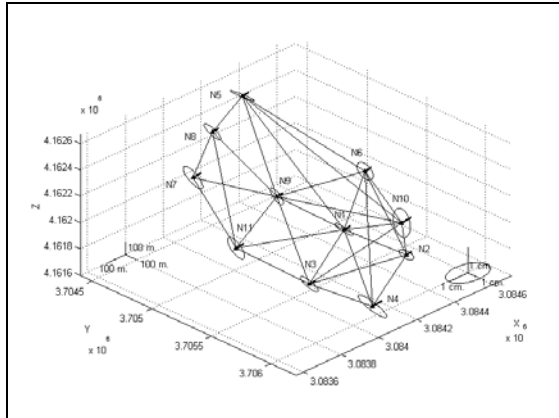
N10-N3	3,37	2,51	2,57	6
N10-N5	2,57	2,70	3,23	6
N10-N9	2,06	2,13	2,25	6
N11-N3	3,88	3,81	3,44	6
N11-N7	2,70	2,312	2,51	6
N11-N8	2,57	2,25	2,13	6
N11-N9	2,64	2,19	2,70	6

Noktalara göre tanımlanan duyarlık ölçütlerinden daha geniş açıklama potansiyeline sahip, nokta duyarlıklarının yön bağımlılıklarını da gösteren ağa ilişkin Helmert nokta hata elipsoidlerinin elemanları (11, 12 ve 13) eşitlikleri ile hesaplanmıştır. Ağın, ilk ölçü planına göre hesaplanan Helmert nokta hata elipsoidleri Şekil 8'de görülmektedir.



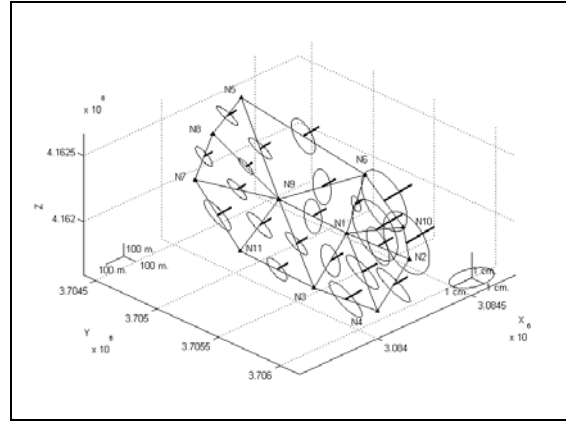
Şekil 8. Ağın ilk ölçü planında Helmert nokta hata elipsoidleri

Ağın, olgunlaştırılmış ölçü planına (10. ölçü planı) göre hesaplanan Helmert nokta hata elipsoidleri Şekil 9'da görülmektedir.



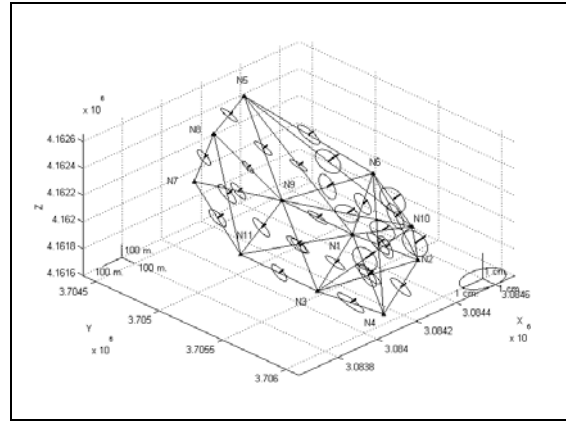
Şekil 9. $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \Rightarrow \min$ fonksiyonunun yaklaşık minimum olduğu olgunlaştırılmış ölçü planında Helmert nokta hata elipsoidleri

Helmert bağıl hata elipsoidlerinin elemanları (17, 11, 12, 13) eşitlikleri ile hesaplanmıştır. Ağın, ilk ölçü planına göre hesaplanan Helmert bağıl hata elipsoidleri Şekil 10'da görülmektedir.



Şekil 10. Ağın ilk ölçü planında bağıl hata elipsoidleri

Ağın, olgunlaştırılmış ölçü planına (10. ölçü planı) göre hesaplanan Helmert bağıl hata elipsoidleri Şekil 11'de görülmektedir



Şekil 11. $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min}) \Rightarrow \min$ amaç fonksiyonunun yaklaşık minimum olduğu olgunlaştırılmış ölçü planında bağıl hata elipsoidleri

Yukarıdaki şekillerde görüldüğü gibi optimizasyondan sonra, ağdaki hem Helmert nokta hata elipsoidleri hem de Helmert bağıl hata elipsoidleri küçülmüştür.

8 Sonuçlar

- Ağda, kısmi serbestlik derecesi 0.50 sınır değerinin altında kalan, iç güvenilirliği $8m_M$ sınır değerlerinden ve dış güvenilirliği 6 sınır değerinden büyük olan bazlara, dik yönde yeni bazlar eklenerek ağın güvenilirliği iyileştirilmiştir.
- Ağın duyarlılığını arttırmaya yönelik olarak, duyarlılığı düşük olan ağ noktalarına, bu noktaların büyük olan nokta hata elipsoid eksenine dikkate alınarak yeni bazlar eklenmiştir.
- Seçilen $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$ bileşik amaç fonksiyonuna en fazla hizmet eden bazların, büyük olan nokta hata elipsoidleri eksenleri yönünde ilave edilen yeni bazlar olduğu belirlenmiştir.
- Her ne kadar 6. ölçü planından sonra oluşturulan yeni ölçü planlarının $Z = iz(K_{XX})$ amaç fonksiyonunun değerlerini küçülttüğü görülmüş olsada, $Z = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$ amaç fonksiyonunun değerlerini büyütme olduğu diğer bir değişle 6. ölçü planından sonra eklenen yeni bazlarla oluşturulan ağların homojen yapısının bir miktar bozulduğu belirlenmiştir.
- Ağın duyarlılık yönünden iyileştirilmesinde $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$ bileşik amaç fonksiyonuna en fazla katkı yapan bazın seçiminde, büyük oranda Helmert nokta hata elipsoidleri ve Helmert nokta konum hatalarına bakılarak karar verilmiştir. Bu sebeptendir ki $Z = iz(Q_{XX}) + (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})$ amaç fonksiyonuna en fazla hizmet eden ölçüler, ilk 6 ölçü planında belirlenebilmiştir.
- Çözüm algoritmalarından simülasyon yönteminin, analitik yöntemin aksine güçlü bir matematiksel formülizasyona gerek duymayı ve gözlem planında değişiklik yapılması sürecinde, hangi gözlemlerin çıkarılması ya da eklenmesine bilgisayarla karar verebilecek algoritmaların geliştirilmesine de olanak sağlaması bu yöntemin avantajı olarak görülmüştür. Bunun yanında yöntemin en büyük dezavantajı çok yüklü bir iş içermesi ve tam optimum bir ağa ulaşamamasıdır.

9 Öneriler

- Jeodezik ağların kullanım amaçlarına uygun olarak tesisi, tasarımı aşamasında, ağın optimizasyonu için seçilen amaç fonksiyonunun doğru olarak belirlenmesine bağlıdır.
- Deformasyon ağlarında farklı periyotlarda

yapılan ölçülerle, noktaların konumlarındaki değişimin gerçeğe en yakın tespit edilebilmesi, ağın nokta konum hatalarının minimum olmasını ve noktaların birbirine göre hareketlerinin doğru yorumlanabilmesi, ağın homojen ve izotrop yapıda olmasını gerektirir. Deformasyon ağlarında, belirlenemeyen kaba hataların etkileri nokta hareketleri olarak yorumlanacağından, belirlenemeyen kaba hataların etkilerinin ortaya çıkarılabilme gücü olarak tanımlanan güvenilirliğin deformasyon ağlarında önemi büyüktür.

- GPS ağları minimum ölçü planına göre ölçüldükten sonra, ölçülere ilişkin hipotez testleri yapılmalı daha sonra ağa ilişkin güven ve duyarlılık ölçütleri ve skaler amaç fonksiyonu değeri hesaplanmalıdır. Ağın güvenilirlik yönünden iyileştirilmesinde, ölçü planına, güvenilirliği yetersiz bazlara dik yönde yeni bazlar ilave edilmelidir.
- Ağın duyarlılık yönünden iyileştirilmesinde noktalara ilişkin büyük hata elipsoidlerinin yarı eksenlerinin büyüklük ve yönleri dikkate alınarak yeni ölçüler planlanmalıdır.
- Oluşturulan yeni ölçü planına eklenen bazlar ölçülerek, ağın duyarlılık ve güven ölçütleri ve amaç fonksiyonu tekrar hesaplanmalıdır.
- Amaç fonksiyonuna hizmet etmeyen bazlar duyarlılık ve güven ölçütlerine olan etkileri göz önünde bulundurularak ölçü planından çıkarılabilir.
- Skaler amaç fonksiyonları kullanılarak yapılan bir optimizasyon işleminde, ölçüt matrisleri ile yapılan optimizasyondan farklı olarak, tam optimum ağa ulaşılabilir fakat programlama algoritmasının kolaylığı ve bilgisayar destekli yinelenmeli çözüme uygunluğu skaler amaç fonksiyonları ile optimizasyonun avantajları olarak görülebilir.

Teşekkür, İsim ve eserlerinden yararlandığımız adı geçen yazarlara teşekkür ederiz.

Kaynaklar

- Ayan, T. (1981) *Jeodezik Ağların Optimizasyonu*, Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul.
- Baarda, W. (1968) *A Testing Procedure for Use in Geodetic Network*, Netherlands Geodetic Commission, 2, 5, 5-59.
- Baarda, W. (1977) *Measures for the Accuracy of geodetic Networks*. IAG-Symp., Sopron.
- Cross, P. A. (1985) "Numerical Methods in Network Design," *Optimization and Design of Geodetic Networks*, E. W. Grafarend and F. Sanso, eds., Springer, Berlin, 429 – 435.
- Dilaver, A., (1996) *Jeodezik Ağlarda Kaba Hatalı Ölçülerin Ayıklanması ve Güven Ölçütleri*, K.T.Ü. M.M.F. Jeodezi

- ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Araştırma Raporları, Fakülte yayın No:2.
- Grafarend E. W. (1974) *Optimization of Geodetic Networks*, Bolletino di Geodesia a Science Affini, 33(4), 351 - 406.
- Grafarend, E. W, Sanso, F., (1985) *Optimization And Design of Geodetic Networks*, Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, Newyork, Tokyo.
- Güllü, M., (1998) *GPS ve Yersel Gözlemlerin Birlikte Dengelenmesi*, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Jaeger, R., Bill, R., (1986) *Genauigkeits-und Zuverlaessigkeits masse in Verdichtungsnetzen, Deutscher Verein für Vermessungswessen-Mitteilungen Baden-Württemberg*, Sonderheft Beurteilung geodaetischer Netze, s.70-98.
- Konak, H., (1994) *Yüzey Ağlarının Optimizasyonu*, Doktora Tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Konak, H., (Temmuz 1996) *Yer Merkezli Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Datum Sorunu*, Harita Dergisi, Sayı:116.
- Kuang, S., (1996) *Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts And Applications*, Ann Arbor Pres, Inc., Chelsea, Michigan.
- Kurt, O., (1996) *GPS Ölçülerinin Değerlendirildiği Yer Merkezli Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu*, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Trabzon.
- Öncel, M., (1991) *Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ağların Optimizasyonu*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Özşamlı, C., (1994) *Kontrol Ağlarının Ölçüt Matrisleri İle Ağırlık ve Ölçü Planı Optimizasyonu*, Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Öztürk, E., (1987) *Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Ölçütleri*, Türkiye 1. Harita ve Teknik Kurultayı, Ankara, Bildiriler Kitabı , 641-699.
- Öztürk, E., ve Şerbetçi, M., (Trabzon, 1992) *Dengeleme Hesabı*, Cilt III, K.T.Ü. Basımevi, 144.
- Schaffrin, B. (1985) *Aspects of Network Design in Optimization and Design of Geodetic Networks*, Grafarend and Sanso, eds. Springer – Verlag, Berlin, 548-597.
- Seemkooei Amiri A., (August, 2001) *Strategy For Designing Geodetic Network With High Reliability And Geometrical Strength*, Journal of Surveying Engineering, Vol 127, No.3, 104 - 117.
- Wolf, H., (1975) *Ausgleichsrechnung. Formeln zur Praktischen Anwendung*, Dümmlerbuch 7835, Dümmlerverlag, Bonn.
- Wolf, P. R. ve Ghilani, C. D., (1997) *Adjustment Computations: Statistics and Least Squares in Surveying and GIS*, John Wiley and Sons, Inc., Newyork, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, Weinheim,.