[redacted]

VEKTÖRLER

$A, B \in \mathbb{R}^2$ için $AB := \{ C \in \mathbb{R}^2 \mid A * B * C \} \cup \{A, B\}$ → doğru parçası

NOT: $AB = BA$

Yönlü doğru parçası := (A,B) ile gösterilir, küme olarak AB'ye eşit ama A'dan B'ye yönlü. Dolayısıyla $(A,B) \neq (B,A)$.

Tanım: $(A,B) \cong (C,D) \iff B - A = (b_1 - a_1, b_2 - a_2) = (d_1 - c_1, d_2 - c_2) = D - C$

$\boxed{\text{Ödev 12:}}$ Denklik bağıntısı old. göster.

Tanım: $\vec{AB}$ vektörü, (A,B)nin denklik sınıfı $\{(C,D) \mid (C,D) \cong (A,B)\}$

Önerme: $\varphi = \{\text{Vektörler}\} \longrightarrow \{\text{Noktalar}\}$ 1-1 ve örten

$$\vec{AB} \longrightarrow B - A$$

İspat: fonk. $\begin{cases} \bullet \text{ iyi tanımlı: } \vec{AB} = \vec{CD} \Rightarrow \varphi(\vec{AB}) = \varphi(\vec{CD}) \quad \text{çünkü} \quad B - A = D - C \\ \bullet \text{ her } \vec{AB} \text{ nin en az bir görüntüsü var.} \end{cases}$

1-1: $B - A = D - C \Rightarrow (A,B) \cong (C,D) \Rightarrow \vec{AB} = \vec{CD}$

örten: $\forall P \in \mathbb{R}$ için $\varphi(\vec{OP}) = P - O = P$

Doğrultu: (= Ödev 13): Paralel olmak doğrular kümesi üzerinde denklik bağıntısıdır.

Doğrultu: Bu bağıntıya göre denklik sınıfı.

Yön: Doğrultuları aynı olan iki yönlü doğru parçasının (A,B) (C,D) yönleri aynı $\iff$

her $P \in (A,B)$, $Q \in (C,D)$ için ya $a_1 < p_1 < b_1 \Updownarrow c_1 < q_1 < d_1$ ya da $a_2 < p_2 < b_2 \Updownarrow c_2 < q_2 < d_2$

* Doğrultuları aynıysa paralel doğrular üzerinde olmalılar.

[redacted]

Önerme: $(\vec{0} \neq)\ \vec{AB} = \vec{CD} \iff$ doğrultuları ve yönleri aynı
$+$
$u(A,B) = u(C,D)$

İspat: $(\Rightarrow)$ $(\underbrace{b_1 - a_1}, \underbrace{b_2 - a_2}) = (\underbrace{d_1 - c_1}, \underbrace{d_2 - c_2})$

$=$, $=$

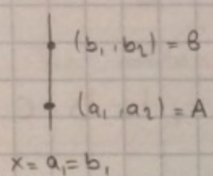
$b_1 - a_1 = d_1 - c_1 = 0$ ise AB doğrusunun eğimi ∞

CD " " ∞

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

doğru doğru

$\underbrace{\qquad\qquad}$ doğrultular aynı



$b_2 - a_2 = d_2 - c_2$ $(\neq 0$, çünkü $\vec{AB} \neq 0)$

$\hookrightarrow > 0$ her $P \in (A,B)$
$Q \in (C,D)$ için doğrultular aynı $a_2 < p_2 < b_2$
$c_2 < q_2 < d_2$

$\hookrightarrow < 0$ her $P \in (A,B)$
$Q \in (C,D)$ " yönler aynı $a_2 > p_2 > b_2$
$c_2 > q_2 > d_2$

$b_1 - a_1 = d_1 - c_1 \neq 0$ ise; eğimler : $\dfrac{b_2 - a_2}{b_1 - a_1} = \dfrac{d_2 - c_2}{d_1 - c_1}$

$\Rightarrow$ paraleller.

$\Rightarrow$ doğrultular aynı

$\hookrightarrow > 0$ her $P \in (A,B)$ $a_1 < p_1 < b_1$
$Q \in (C,D)$ $c_1 < q_1 < d_1$

$\hookrightarrow < 0$ her $P \in (A,B)$ $a_1 > p_1 > b_1$
$Q \in (C,D)$ $c_1 > q_1 > d_1$

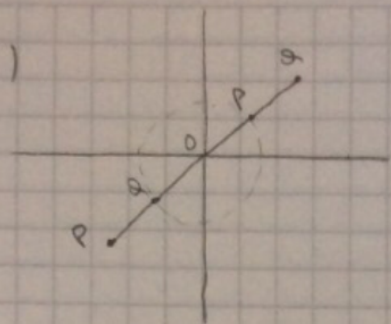
$\Rightarrow$ yönler aynı

Son olarak;

$u(A,B) = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2} = \sqrt{(d_1 - c_1)^2 + (d_2 - c_2)^2} = u(C,D)$

[redacted]

$(\Leftarrow)$



doğrultuları aynı $\Rightarrow$ $P = (b_1 - a_1,\ b_2 - a_2) = B - A$

$Q = (d_1 - c_1,\ d_2 - c_2) = D - C$ için $Q \in \overleftrightarrow{OP}$

(O, P ve Q doğrudaş)
$\downarrow$
aynı doğru üzerinde
$\Updownarrow$
($\overrightarrow{OP}$ ile $\overrightarrow{OQ}$ çakışır.)

doğrultuları aynı $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

$\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{OP}$ ve $\overleftrightarrow{OQ}$, $\overleftrightarrow{AB}$ ye paralel.

$\overleftrightarrow{AB}$'ye paralel ve O'dan geçen TEK doğru old. için $\overleftrightarrow{OP} = \overleftrightarrow{OQ}$.

$Q \in Ç$ (= Merkezi O, yarıçapı $u(O,P)$ olan çember), çünkü $u(O,Q) = u(O,P)$.

$\overleftrightarrow{OP} \cap Ç = \{P, P'\}$. $Q = P'$ olsaydı $\underset{(p_1,p_2)}{\underset{\parallel}{OP}}$ ile $\underset{(-p_1,-p_2)}{\underset{\parallel}{OP'}}$nin yönleri aynı olmazdı:

$p_1 = 0$ ise $-p_1 = 0$ $\quad \forall k \in (O,P)$, $\forall k' \in (O,P')$ için $\boxed{0 < k_2 < p_2 \quad 0 > k_2' > -p_2}$ veya $\boxed{0 > k_2 > p_2 \quad 0 < k_2' < -p_2}$

$p_1 \neq 0$ ise

↳ $p_1 > 0 \Rightarrow 0 < k_1 < p_1$ ve $0 > k_1 > -p_1$

↳ $p_1 < 0 \Rightarrow 0 > k_1 > p_1$ ve $0 < k_1' < -p_1$

$\Rightarrow$ $Q = P$ 'dir. (Vektörler aynı)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. □