

PROBLEMLER IV

1. Bir küpün yüzey alanı $72 \text{ cm}^2/\text{sn.}$ hızla artmaktadır. Kenar uzunluğu 3 cm. iken küpün hacminin artış hızını bulunuz.
2. Bir kız uçurtmasını 90 m yükseklikte uçururken, rüzgar yatay olarak uçurtmayı 8 m/sn. hızla kendisinden uzaklaştırılmaktadır. Uçurtma kendisinden 150 m uzaklıkta iken kızın ipi salıverme hızını bulunuz.
3. Dairesel olan bir plaka bir fırın içinde ısıtıldığında yarıçapı 0.001 cm/sn. hızla artmaktadır. Yarıçapı 50 cm olduğunda plakanın alanının artma hızını bulunuz.
4. Küresel şekle sahip bir balon helyum gazıyla $3\pi \text{ m}^3/\text{dak}$ hızla şişirilmektedir. Yarıçapı 2 m olduğu anda, balonun yarıçapının artış hızı nedir? Yüzey alanının artış hızı nedir?

Aşağıdaki fonksiyonların verilen aralıkta mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini bulunuz.

5. $g(x) = \sqrt{4-x^2}$, $-2 \leq x \leq 2$

6. $f(x) = x^{4/3}$, $-1 \leq x \leq 8$

7. $h(x) = \sec x$, $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$

8. $t(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$, $-1 \leq x \leq 4$

9. $k(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$, $-4 \leq x \leq 4$

Birinci ve ikinci türev testlerini kullanarak aşağıdaki fonksiyonların yerel ekstremum değerlerini bulunuz. Hangi testi tercih ettiğinizi ve nedenini belirtiniz.

10. $f(x) = x^5 - 5x + 3$

11. $f(x) = x + \sqrt{1-x}$

12. $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

Aşağıdaki fonksiyonlar için

(a) tanım kümesini,

(b) asimptotlarını,

(c) artan-azalan olduğu aralıkları,

(d) yerel ekstremum değerlerini,

(e) konvüklüğünü ve dönüm noktalarını

araştırarak fonksiyonun grafiğini çiziniz.

13. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$

14. $f(x) = 2 + 2x^2 - x^4$

15. $f(x) = x\sqrt{x+3}$

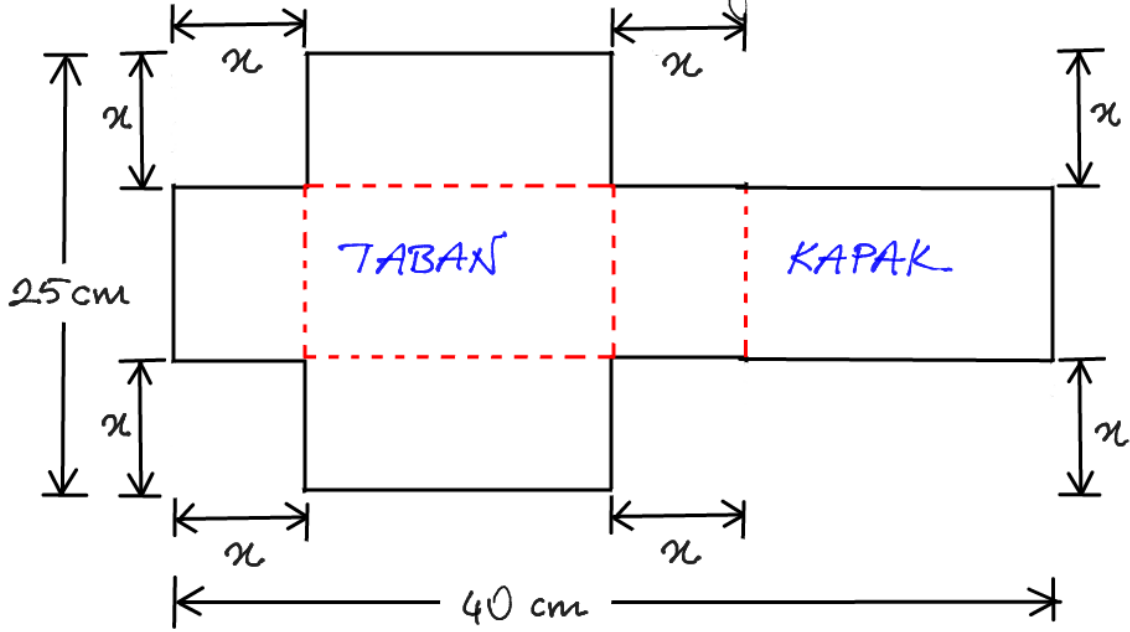
16. $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

17. $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$

18. $f(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$

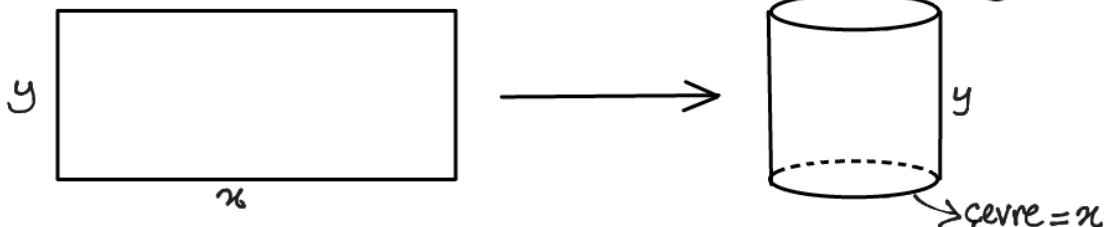
19. Bir karton parçasının ölçüleri 25×40 cm'dir. Şekilde görüldüğü

gibi 25 cm'lik kenarın köşelerinden iki eşit kare kesilmiştir. İki eşit dikdörtgen de diğer köşelerden kesilmiştir, böylece kenarlar katlandığında kapaklı bir dikdörtgen kutu oluşturulabilmektedir. Kutunun hacminin maksimum olması için boyutları nasıl olmalıdır?

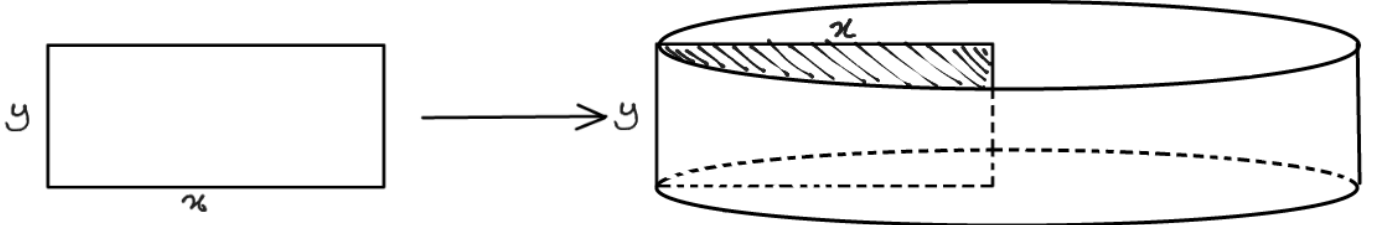


20. Alanı 216 m^2 olan bir dikdörtgen biçimindeki tarla çitle çevrilidir, daha sonra kenarlarından birine paralel olacak şekilde başka bir çitle tarla eşit olarak ikiye bölünecektir. Kullanılacak en kısa çit için dış dikdörtgenin boyutları ne olmalıdır? Ne kadar çite ihtiyacımız vardır?

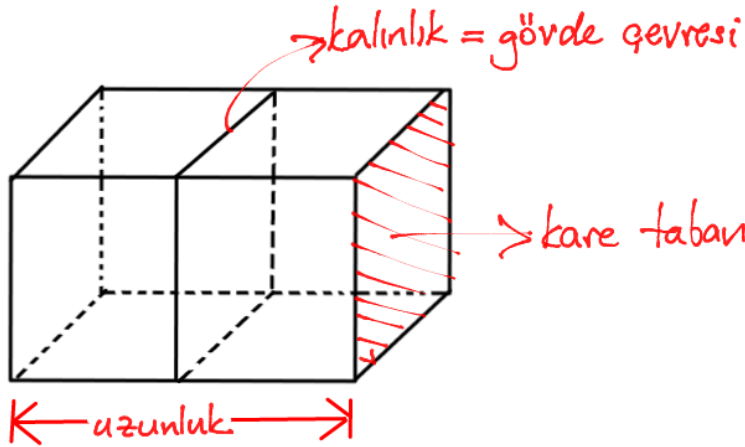
21. Çevresi 36 cm ve kenar uzunlukları x ve y olan bir dikdörtgen tabaka aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi kıvrılarak bir silindirik oluşturuluyor. En büyük hacmi veren x ve y değeri nedir?



21. Çevresi 36 cm ve kenar uzunlukları x ve y olan bir dikdörtgen tabaka aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi y kenarı etrafında döndürülerek bir silindir oluşturuluyor. En büyük hacim veren x ve y değeri nedir?



22. Bir posta servisi yerli kargo işlemlerinde uzunluğu ve kalınlığı (kutunun gövde çevresi) toplamı 274 cm'yi aşmayan kare tabanlı kutuları kabul etmektedir. Kutunun hacminin maksimum olabilmesi için kare tabanının boyutları ne olmalıdır?



23. Tek bir sırt çantasını üretmenin maliyeti c 'dir. Eğer bir sırt çantasını x TL'ye satarsanız, satılan sayı (adet) aşağıdaki denklemlerle verilmektedir.

$$n = \frac{a}{x-c} + b(100-x).$$

Burada a ve b pozitif sabitlerdir. Maksimum karı verecek satış fiyatı nedir?

24. Eğer $r(x) = 6x$ ve $c(x) = x^3 - 6x^2 + 15x$ sizin gelir ve maliyet fonksiyonunuz ise, yapabileceğiniz en iyi şeyin başbaşa durumu (gelir maliyete eşit) olduğunu gösteriniz.

25. $C(x) = x^3 - 20x^2 + 20000x$ fonksiyonunun x adet mal üretiminin maliyeti olduğunu varsayalım. x adet mal üretmenin ortalama maliyetini minimize edecek bir üretim seviyesi bulunuz.