

Matrislerle İşlemler

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ise $A^3 = I_3$ olduğunu gösteriniz.

2. $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ise her n pozitif tamsayısı için $A^n = \begin{bmatrix} \cos(n\theta) & -\sin(n\theta) \\ \sin(n\theta) & \cos(n\theta) \end{bmatrix}$ olduğunu gösteriniz.

3. $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & d & e \\ 0 & 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

olsun. Buna göre $A^4 = 0$ olduğunu gösteriniz.

4. $A^5 = 0$ olacak şekilde sıfırdan farklı bir kare matris bulunuz. (Yukarıdaki örnekten faydalanabilirsiniz.)

5. Aşağıdaki gibi verilen A matrisinin satır indirgenmiş eşelon formunu bulunuz.

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 9 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 7 & -5 \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 2 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ (d) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 5 & 6 & -3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

Doğrusal Denklem Sistemleri

6. Aşağıdaki denklem sistemlerini çözünüz.

(a)
$$\begin{aligned} x + y + 2z + 3w &= 13 \\ x - 2y + z + w &= 8 \\ 3x + y + z - w &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x + y + z - 2w &= 1 \\
3x - 2y + z - 6w &= -2 \\
(b) \quad x + y - z - w &= -1 \\
6x + z - 9w &= -2 \\
5x - y + 2z - 8w &= 3
\end{aligned}$$

7. Aşağıda verilen doğrusal denklem sistemlerinin

- I. hiç çözümünün olmaması,
- II. yalnız bir çözümünün olması,
- III. sonsuz tane çözümünün olması

için a sayısının ne olması gerektiğini bulunuz.

$$\begin{aligned}
x + y - z &= 2 \\
(a) \quad x + 2y + z &= 3 \\
x + y + (a^2 - 5)z &= a
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x + y + z &= 2 \\
(b) \quad 2x + 3y + 2z &= 5 \\
2x + 3y + (a^2 - 1)z &= a + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x - y + 2az + w &= 1 \\
-2x + ay - 3z &= 4 \\
(c) \quad 2x - y + (2a + 1)z + (a + 1)w &= 0 \\
-2x + y + (1 - 2a)z + 2w &= -4
\end{aligned}$$

8. Aşağıda verilen denklem sistemlerinin tutarlı olması için a , b ve c arasında nasıl bir ilişki olmalıdır?

$$\begin{aligned}
x + 2y - 3z &= a & 2x + 2y + 3z &= a \\
(a) \quad 2x + 3y + 3z &= b & (b) \quad 3x - y + 5z &= b \\
5x + 9y - 6z &= c & x - 3y + 2z &= c
\end{aligned}$$

Determinant

9. Aşağıdaki determinantları hesaplayınız.

$$\begin{aligned}
(a) \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} & \quad (b) \quad \begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \\ 8 & -2 & 6 & 4 \end{vmatrix} \quad (d) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 11 & 8 & -4 & 6 \end{vmatrix}$$

10.

$$\begin{vmatrix} t-1 & 0 & 1 \\ -2 & t+2 & -1 \\ 0 & 0 & t+1 \end{vmatrix} = 0 \text{ eşitliği hangi } t \text{ değerleri için sağlanır?}$$