

PROBLEMLER - 2

1. Aşağıdaki matrislerin tersini hesaplayınız.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

2. Aşağıdaki matrislerin hangilerinin tersi vardır?

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

3. Aşağıdaki matrislerin (varsa) tersini bulunuz.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

4. Ters kendisine eşit bir 3×3 tersinir matris bulunuz.

5. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix}$

matrisinin tersi olabilmesi için a ne olmalıdır? A^{-1} nedir?

6. Aşağıdaki homojen denklem sistemlerinin hangisinin aşikar olmayan çözümü vardır?

(a) $2x + y - z = 0$

$$x - y - 3z = 0$$

$$-3x - y + 2z = 0$$

(b) $3x + y + 3z = 0$

$$-2x + 2y - 4z = 0$$

$$2x - 3y + 5z = 0$$

7. $(a-1)x + 2y = 0$

$$2x + (a-1)y = 0$$

denklemler sisteminin aşikar olmayan çözümünün olması için a ne olmalıdır?

8. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

ve $ad - bc \neq 0$ ise gösteriniz ki

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & \frac{-b}{ad-bc} \\ \frac{-c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

9.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 7 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

olsun.

(a) A^{-1} 'nin denk olduğu

$$\left[\begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right]$$

blok formundaki B matrisini bulunuz.

(b) $B = PAQ$ olacak şekilde tersinir P ve Q matrisleri bulunuz.

10. Aşağıdaki determinantları hesaplayınız.

$$(a) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 5 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \\ 8 & -2 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 11 & 8 & -4 & 6 \end{vmatrix}$$

12. $\begin{vmatrix} t-1 & 0 & 1 \\ -2 & t+2 & -1 \\ 0 & 0 & t+1 \end{vmatrix} = 0$ eşitliği hangi t değeri ya da değerleri için sağlanır?

13. Köşeleri $(2,3)$, $(5,1)$, $(4,5)$ ve $(7,4)$ olan dörtgenin alanı nedir?

14. (a) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$ olduğunu gösteriniz.

(b) a , b ve c birbirinden farklı sayılar olmak üzere

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix}$$

matrisinin tersini bulunuz.