

1.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  iye  $A^3 = I$  olduğunu gösteriniz.

2.  $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$  iye her  $n$  pozitif tamsayısı için  $A^n = \begin{bmatrix} \cos(n\theta) & -\sin(n\theta) \\ \sin(n\theta) & \cos(n\theta) \end{bmatrix}$  olduğunu gösteriniz.

3.  $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  olacak şekilde birbirinden farklı iki tane  $A$  matrisi bulunuz.

4. (a)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, c \in \mathbb{R})$$

şeklinde tanımlanan bir  $A$  matrisi için  $A^4 = 0$  olduğunu gösteriniz.

(b)  $A^5 = 0$  olacak şekilde sıfırdan farklı bir  $5 \times 5$  kare  $A$  matrisi bulunuz.

5. "Herhangi bir  $A$  kare matrisi için  $A + A^T$  matrisi simetrik,  $A - A^T$  matrisi de skew simetriktir."

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ için yukarıdaki bilgiyi kullanarak } A = S + T \text{ olacak}$$

şekilde bir  $S$  simetrik matrisi ile  $T$  skew simetrik matrisi bulunuz.

6.  $A = \begin{bmatrix} 0 & I_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  blok yapıdaki  $5 \times 5$  kare matrisini açık

halde yazınız.  $k = 2, 3, 4, 5$  iken  $A^k$  matrisini hesaplayınız.  $k$  arttıkça  $A^k$  matrisi nasıl değişmektedir? Gözlemleyiniz.

7. Aşağıdaki gibi verilen  $A$  matrisinin satır indirgenmiş eselon formunu bulunuz.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 9 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 2 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 5 & 6 & -3 \\ -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

8. Aşağıdaki denklemler sistemlerini çözünüz.

$$(a) \begin{aligned} x + y + 2z + 3w &= 13 \\ x - 2y + z + w &= 8 \\ 3x + y + z - w &= 1 \end{aligned}$$

$$(b) \begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + y - 2z &= 3 \\ 2x + y + z &= 2 \end{aligned}$$

$$(c) \begin{aligned} 2x + y + z - 2w &= 1 \\ 3x - 2y + z - 6w &= -2 \\ x + y - z - w &= -1 \\ 6x + z - 9w &= -2 \\ 5x - y + 2z - 8w &= 3 \end{aligned}$$

9. Aşağıda verilen doğrusal denklem sistemlerinin

I. hiç çözümünün olmaması,

II. yalnız bir çözümünün olması,

III. sonsuz tane çözümünün olması

için gereken  $a$  sayılarını bulunuz.

$$(a) \quad \begin{aligned} x + y - z &= 2 \\ x + 2y + z &= 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z &= a \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ 2x + 3y + 2z &= 5 \\ 2x + 3y + (a^2 - 1)z &= a + 1 \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} x + y + z &= 2 \\ x + 2y + z &= 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z &= a \end{aligned}$$

$$(d) \quad \begin{aligned} 2x - y + 2az + w &= 1 \\ -2x + ay - 3z &= 4 \\ 2x - y + (2a + 1)z + (a + 1)w &= 0 \\ -2x + y + (1 - 2a)z + 2w &= -4 \end{aligned}$$

10. Aşağıda verilen denklem sistemlerinin tutarlı olması için  $a, b$  ve  $c$  arasında nasıl bir ilişki olmalıdır?

$$(a) \quad \begin{aligned} x + 2y - 3z &= a \\ 2x + 3z + 3z &= b \\ 5x + 9y - 6z &= c \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} 2x + 2y + 3z &= a \\ 3x - y + 5z &= b \\ x - 3y + 2z &= c \end{aligned}$$