



## Faktör Analizinde KMO ve Bartlett Testleri Neyi Ölçer?

Faktör analizinde çok karşılaşılan küresellik testi, pratikte pek uygulanmayan ama uygulanması gerekli olan bir testtir. Örneğin varyans analizinde varyansların homojenliği nasıl bir varyans analizi süreci için önemli bir aşama ise faktör analizinde ise küresellik testi için benzer bir misyon olarak ifade edilebilir. Verilerin öncelikle faktör analizine uygunluğu test edilir, eğer küresellik testi istatistiksel olarak anlamlı bulunursa bu durumda faktör analizine geçilir (Tatlıdil, 2002). Bartlett (1950) her ne kadar bu testi verilerin küreselliği ile açıklasa da Pett, Lackey ve Sullivan (2003; sf: 77) bu testi maddelerin/değişkenlerin tutarlılığı olarak adlandırmaktadır.

Küresellik testi özünde değişkenlere ilişkin korelasyon matrisinin, (değişkenler arasında ilişki yoktur varsayımına dayanan) birim matrise karşı test edilme ilkesine dayanır. Bu nedenle Bartlett testi aynı zamanda korelasyon matrisinin anlamlılığının bir testidir.

$$H_0: \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Bartlett testi bir ki-kare istatistiğidir ve aşağıdaki formül ile elde edilir (Pedhazur ve Schmelkin, 1991).

$$\chi^2 = - \left[ (N-1) - \left( \frac{2k+5}{6} \right) \right] \ln |\mathbf{R}|$$

Burada

$\chi^2$ : Bartlett testinden elde edilen değerdir.

N: örneklem genişliği,

k: madde sayısı

|\mathbf{R}|: verilerden elde edilen korelasyon matrisinin determinantıdır. Bu determinant değeri aynı zamanda genelleştirilmiş varyansı vermektedir.

Ki-kare test istatistiği için elde edilen serbestlik derecesi ise ikili karşılaştırmanın karşılığı olan

$$s.d. = \binom{k}{2} = k(k-1)/2 \text{ şeklindedir.}$$

Ancak ki-kare test sınaması yanında Z testi ile verilerin küreselliği test edilebilir.



$$Z = \frac{\chi^2 - \text{s.d.}}{\sqrt{2 \cdot (\text{s.d.})}}$$

Bu analizde  $P \leq 0,05$  ise verilerin faktör analizine uygun olduğu kabul edilir.

Verilerin, bir diğer ifade ile madde/değişken değerlerinin tutarlılığı için geliştirilen yaklaşım ise Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) istatistiğidir. KMO, Bartlett'in aksine bir test istatistiği değil, bir ölçüttür.

$$\text{KMO} = \frac{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} \sum r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} \sum a_{ij}^2}$$

Burada  $r_{ij}^2$ , maddeler arasındaki korelasyonları belirtmektedir. Bu korelasyonlar aynı zamanda korelasyon matrisinin köşegen dışı değerleridir,  $a_{ij}^2$  ise *kısmi* korelasyonları vermektedir. Bu kısmi korelasyonlar özellikle SPSS kullanıcıları için anti-*imaj*<sup>1</sup> matrisinden elde edilebilmektedir (Pett vd., 2003).

$$\text{ÖUÖ} = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} a_{ij}^2}$$

KMO tüm maddelerin/değişkenlerin oluşturduğu veri kümesi için geçerlidir. KMO'nun özel biçimi olan ve her bir madde/değişken için elde edilen örneklem uygunluk ölçüsü, ÖUÖ, (Measure of Sampling Adequacy-MSA) de söz konusudur.

Bu istatistik özünde verilerin faktör analitik modeli ile modellenip modellenemeyeceğine ilişkin bir ölçüt sunar. Bu ölçütün<sup>2</sup> aralıkları ise řu şekildedir.

Ölçüt	Açıklama
$1,00 \leq \text{KMO} \leq 0,90$	→ mükemmel
$0,90 < \text{KMO} \leq 0,80$	→ iyi
$0,80 < \text{KMO} \leq 0,70$	→ orta düzey
$0,70 < \text{KMO} \leq 0,60$	→ zayıf
$0,60 < \text{KMO}$	→ kötü

Ancak Field (2000) KMO için alt sınırın 0,50 olması gerektiğini,  $\text{KMO} \leq 0,50$  için veri kümesinin faktörlenemeyeceğini (unfactorability) ifade etmiştir.

<sup>1</sup> Anti-*imaj* matrisler, korelasyon matrisindeki değişkenlerin kısmi korelasyonlarının negatif olanlarının oluşturduğu matristir.

<sup>2</sup> Bazı kaynaklarda, KMO değerleri, ortak faktör analizinde (common factor analysis) "*ortak varyansın derecesi*" (The degree of common variance among the items) olarak yorumlandığı görülmüştür.



Küresellik testleri verilerin faktör analizine uygunluğu için geliştirilmiştir. Bu testlerden ikisi KMO olarak bilinen örneklem uygunluk ölçüsü (Measure of Sampling Adequacy-MSA<sup>3</sup>) ve küresellik testi (test of sphericity). Ancak bazı kaynaklarda “uygunluk” kavramı yeterlik olarak ifade edilmektedir ve bu iki test “örneklem sayısının yeterliği testi” olarak algılanmaktadır. İngilizce de “adequacy” sözcüğünün Türkçe’de birden fazla karşılığı (yeterli/uygun/elverişli) söz konusu.

Bu kavram yanılığının bir diğer uzantısı ise Bartlett’in küresellik testini bir parametresinin örneklem genişliğine (N) bağlı olmasıdır. Oysaki aynı amaca hizmet eden KMO ölçüsü örneklem genişliğinden bağımsız olarak elde edilir. Zaten ilgili literatürde birçok kaynak; Bartlett testindeki N ifadesini eleştirmekte ve N değeri büyüdükçe ki-kare test istatistiğinin sıçramalı değerler aldığı ifade etmektedir (Hayduk, 1996, Hair vd., 1998; Hoelter, 1983; Tabachnick & Fidel, 1996). Bu nedenle doğrulayıcı faktör analizi için geliştirilen uyum iyiliği (goodness-of-fit) ve uyum eksikliği (lack-of-fit) indeksleri daha tutarlı sonuçlar vermektedir.

Pett, Lackey ve Sullivan (2003), örneklem genişliği ne olursa olsun, ÖÜÖ değerlerine bakılarak olumsuz maddelerin veri kümesinden çıkartılmasıyla örnekleme faktörlenebilirlik (unfactorability) hale getirilebileceğini ifade etmişlerdir. Bu açıklama aynı zamanda, KMO ve Bartlett gibi faktörlenebilirlik (maddeler arası tutarlılık) yaklaşımlarının aynı zamanda “örneklem genişliği” olmadığını bir göstergesi olarak düşünülebilir.

### **Kaynakça**

- Bartlett, M. S. (1950). Tests of significance in factor analysis. *British Journal of Psychology, Statistical Section*, 3, 77-85.
- Field, A. (2000). *Discovering Statistics using SPSS for Windows*. London – Thousand Oaks – New Delhi: Sage publications
- Hair, J. F., Anderson R. E., Tatham, R. L. & Black, W. C. (1998). *Multivariate data analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Hayduk, L. A. (1996). *LISREL issues, debates, and strategies*. Baltimore, MD: The Johns Hopkins University Press.
- Hoelter, J. W. (1983). The analysis of covariance structures: Goodness of fit indices. *Sociological Methods and Research*, 11, 325-344.
- Pett, M. A., Lackey, N. R., & Sullivan, J.J. (2003) *Making sense of factor analysis*. Sage Pres.
- Tabachnick, B. G. & Fidell, L. S. (1996). *Using multivariate statistics* (3 Ed.). New York: Harpercollins College Publishers.
- Tatlıdil, H.. (2002). *Uygulamalı çok değişkenli istatistiksel analiz*, Akademi Matbaası, Ankara.

<sup>3</sup> MSA her bir madde için elde edilen KMO değerlerini ifade eder.