Halil Yurdugul
yurdugul@hacettepe.edu.tr

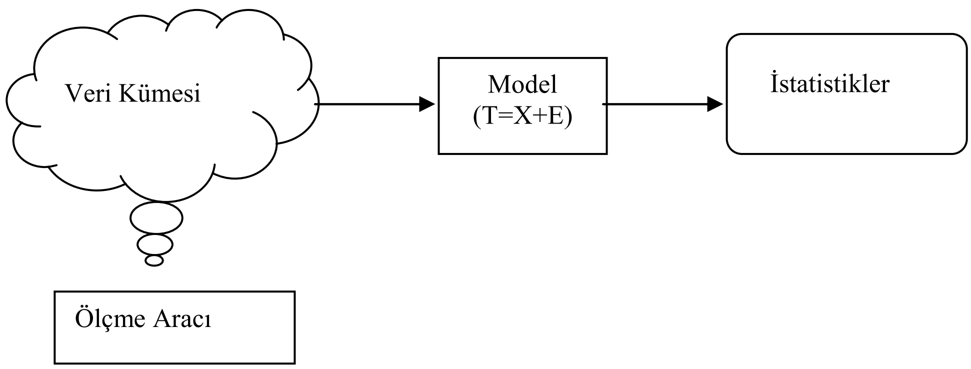
Ölçme Kuramında Temel Yaklaşımlar

Gözlenen ile gözlenemeyen arasındaki bağıntılar, bir başka ifade ile ölçülebilen değişkenlerden gözlenemeyen değişkenlerin elde edilmesine dayanan yaklşaşımlar ölçmenin temel konularını oluşturmaktadır. Bu bağıntılar genel olarak iki sınıfta ele alınabilir. Bunlar sırasıyla; doğrusal (linear) ve doğrusal olmayan (non-linear) bağıntılar şeklindedir. Doğrusal bağıntılardan en yaygın olarak kullanılan yaklaşım klasik test kuramı (classical testing theory), doğrusal olmayan yaklaşımda ise örtük özellikler (latent trait theory) kuramıdır.

Klasik Test Kuramı

Klasik test kuramı, ölçme kümesi ile ölçülmek istenen özellik arasındaki bağıntıyı açıklamaya yönelik (1) eşitliğinde verilen regresif modeli temel almaktadır. Bu doğrusal bağıntı, gözlenen puanlar (X) ve gerçek puanlar (T) arasındaki doğrusal bir model ile açıklanabilmektedir. Bu nedenle gerçek puan modeli (true score model) olarak da adlandırılmaktadır.

Klasik test kuramı, gerçek puanlar ile gözlenen puanlar arasındaki fonksiyonel bağıntıdan yararlanarak doğrusal model kestirilmektedir. Ancak KTK'ında elde edilen istatistikler, üzerinde çalışılan veri kümesinden elde edilmesinden dolayı veri kümesinin karakteristik özelliklerini taşımaktadır.



Şekil 1: KTK'na göre model kestirimi

Bir başka ifade ile; KTK, f(T|X) gibi doğrusal regresif fonksiyonun (linear regressive function) kestiriminden oluşmaktadır. f(T|X) fonksiyonu ise gözlenen veriler (X) üzerine kurulmaktadır.

Bu modelde bilinmeyen sayısının bilinenden fazla olması nedeniyle hipotetik bir yapıdadır. Bu hipotetik yapının güvenirlik indeksi[1] ise;

$$\rho^2(X,T) = \frac{{\sigma_T}^2}{{\sigma_X}^2} \qquad (1)$$

şeklindedir. T puanının hipotetik olması nedeniyle bu katsayı deneysel olarak elde edilemediğinden (1) eşitliği güvenirlik indeksi (reliability index) olarak adlandırılır ve elde edilebilirliği için paralel ölçmelere gereksinim duyulur (Baykul, 2000:119).

X_1=T+E_1

X_2=T+E_1

Bu durumda her iki bağıntı arasındaki korelasyon, güvenirlik katsayısını vermektedir.

$$\rho(X_1, X_2) = \frac{{\sigma_T}^2}{{\sigma_X}^2} \qquad (2)$$

Geçerlik ise; yordayıcı ile ölçüt arasındaki bir korelasyondur.

$$\rho(X,Y) = \frac{\sigma_{XY}}{{\sigma_X}^2{\sigma_Y}^2}$$

KTK, regresif bir modele dayandığı için, basit doğrusal bir regresyon modeli için geçerli olan tüm varsayımlar KTK için de geçerlidir. Bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir.

a) $\xi(E)=0$ $\quad$ ξ: Beklenen değer

b) $\rho_{TE}=0$

c) $\rho(E_1,E_2)=0$

d) $\rho(E_1,T_2)=0$

(Lord & Novick, 1968:56)

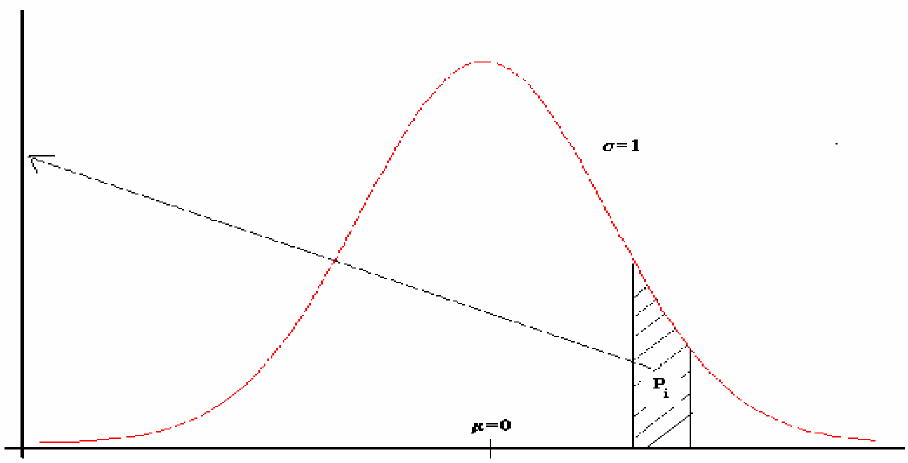
e) $X_1, X_2 \sim N(\mu, \sigma^2) \approx E_1, E_2 \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad$ Normal dağılım varsayımı

[1] Güvenirlik indeksi, regresyon çözümlemesindeki belirtme katsayısına (coefficient of determination) karşılık gelmektedir.

Halil Yurdugul
yurdugul@hacettepe.edu.tr

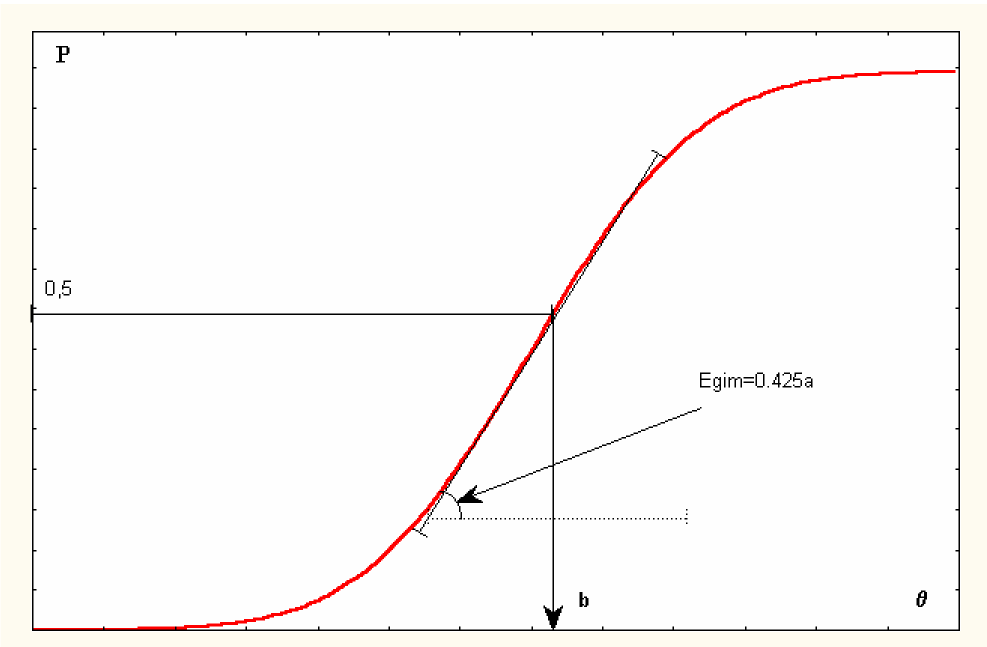
Örtük Özellikler Kuramı

Örtük özellikler kuramı (latent trait theory), bilinen (gözlenen) ile bilinmeyen (gözlenemeyen) yapı arasındaki bağıntıyı doğrusal olmayan model ile açıklamaya çalışır. Özellikle P/(1-P) lojit dönüşümü yardımı ile lojistik regresyon modelini kullanır. Lojit dönüşüm ile normal dağılımdaki P değeri bir ölçek değerine dönüştürülür.



Şekil 2: Olasılık değerinin ölçek değerine dönüştürülmesi.

(2) eşitliği ile verilen ifade yukarıdaki P(θ) değerini üretmektedir[2]. Bu dönüştürme sonrası yeni dağılım aşağıdaki şekilde olmaktadır.



Şekil 3: Madde Karakteristik Eğrisi

[2] Burada 2 parametreli model göz önüne alınmıştır.

Bu geçiş iki farklı dönüştürme ile gerçekleşmektedir. Bunlar sırasıyla normal ve lojistik dönüşümlerdir. Bunlardan ilki normal ogive adı verilen modelin elde edilmesi diğeri ise lojit ogive dönüşüm ile olanaklıdır.

$$P(\theta) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{a_i(\theta-b_i)} e^{-z^{2/2}} dz \qquad (3)$$

$$P(\theta) = \frac{e^{Da(\theta-b)}}{1+e^{Da(\theta-b)}} \qquad (4)$$

$P(\theta)$: Maddeyi doğru yanıtlama olasılığı
a: Madde ayırıcılık gücü parametresi
b: Madde güçlük parametresi
D: 1.7 değerindeki katsayı[3]

(3) eşitliği ile verilen normal ogive dağılımı ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan bir dağılımdır. (4) eşitliği ile verilen dağılım ise lojistik ogive dağılımdır ve ortalaması b/a ve standart sapması ise $1/\sqrt{3}a$ 'dır. Aynı zamanda dağılımın ortalaması $P(\theta)$=0,5=b/a şeklide de açıklanmaktadır (Agresti, 1984: 106).

Araştırmacıya göre, test geliştirme çalışmalarında a≅1 ve b≅0 olan maddelerin daha iyi ayrıcı olması ve "ideal madde" olarak madde havuzuna alınmasının nedeni, maddelere ilişkin dağılımların normal dağılıma yaklaşmakta olmasından kaynaklanmış olabileceğidir.

Lord ve Novick (1968), lojistik dağılımın ortalamasını 0 ve standart sapmasını 1.7 olarak belirtmektedirler ve lojistik dağılımı normalleştirmek için 1.7 çarpanını kullanmışlardır (Lord ve Novick 1968:400). Böylelikle elde edilen yeni dağılım, ortalaması 0 ve standart sapması ise 1.7 olan bir normal dağılımdır. Lord ve Novick (1968), elde ettikleri dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunu ise;

$$\Psi(x) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} = \tanh^{-1}(x) \qquad (5)$$

olduğunu belirtmişlerdir.

---
[3] D katsayısına, Lord ve Novick'in açıklamaları doğrultusunda <u>normalleştirme katsayısı</u> adı da verilebilir.

(5) eşitliğinde verilen ifadenin lojit dönüşümü ile elde edilen ifade aynı zamanda yeteneğin kestirilmesinde kullanılır;

$$\frac{P}{1-P} = e^{Da(\theta-b)} \tag{6}$$

$$\ln\frac{P}{1-P} = Da(\theta-b) \tag{7}$$

işlemleri ile lojit fonksiyon elde edilir. (7) ile verilen bu dönüşüme logaritmik odds adı da verilmektedir. Eşitlikte α=Da ve β=-Dab dönüşümleri uygulanırsa;

$$\ln\frac{P}{1-P} = \alpha\theta+\beta \tag{10}$$

eşitliği elde edilir. Bu doğrusal ifade de α eğimi ve β ise kesim noktasını vermektedir (Hambleton, Swamimathan ve Rogers, 1991:20).

Aynı zamanda, (2) eşitliği ile verilen ifadenin ençok olabilirlik kestiricisinin

$$\ln\frac{P(\theta)}{1-P(\theta)}$$

logaritmik odds ifadesinin olduğu Andersen (1980:238) tarafından gösterilmiştir. α eğimi a (madde ayırıcılığı) ve β kesim noktası b (madde güçlüğü) ile ifade edilirse, a ve b maddenin karakteristikleri olarak (4) eşitliği ile verilen ifadeye madde karakteristik fonksiyonu (MKF) ve şekil 4'te gösterilen eğriye ise madde karakteristik eğrisi (MKE) adı verilmektedir (Hambleton ve Swaminathan 1985:47).

ÖÖK'nda, madde yanıt değişkenlerinin 0-1 puanlanmış olması koşulu ile ele alınacak modeller kullandıkları parametre sayılarınca belirlenir. Bu modeller aşağıda verilmiştir.

$$\text{1 parametreli model: } P(\theta) = \frac{e^{D(\theta-b)}}{1+e^{D(\theta-b)}} \tag{9}$$

$$\text{2 parametreli model: } P(\theta) = \frac{e^{Da(\theta-b)}}{1+e^{Da(\theta-b)}} \tag{10}$$

Halil Yurdugul
yurdugul@hacettepe.edu.tr

3 parametreli model: $$P(\theta) = c + (1-c)\frac{e^{Da(\theta-b)}}{1+e^{Da(\theta-b)}} \qquad (11)$$

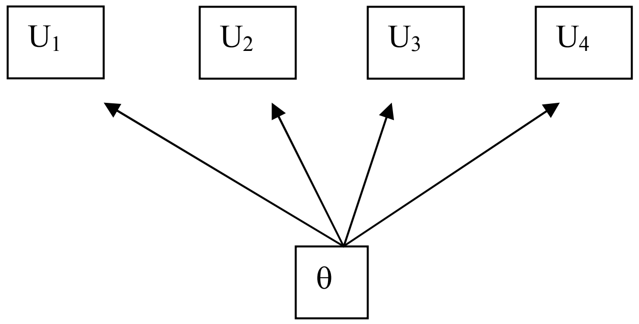
a: Madde ayırıcılık parametresi
b: Madde güçlük parametresi
c: Şans parametresi

3 parametreli modelde dağılımın b değeri P[0,5]=b yerine P[(1+c)/2]=b eşitliği ile bulunur.

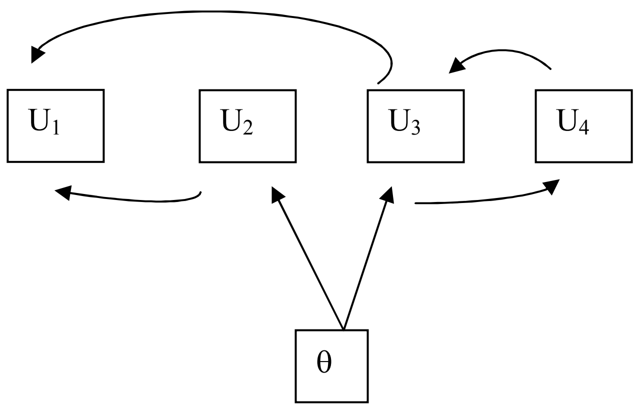
ÖÖK'na ilişkin modellerin kurulabilmesi için 2 adet varsayımın sağlanması gerekmektedir. Bunlar tekboyutluluk (unidimensional) ve yerel bağımsızlık (local indepented) koşullarıdır.

Tekboyutluluk; testte yer alan maddeler kümesinin tek bir özelliği ölçmeye yönelik olması olarak adlandırılmaktadır. Uygulama esnasında kontrol edilemeyen değişkenler nedeniyle (motivasyon eksikliği, kaygı vb.) bu varsayımın sağlanması oldukça zordur. Bu nedenle "dominant faktör" olması, varsayım için yeterli olmaktadır (Hambleton, Swaminathan ve Rogers,1991:9).

Yerel bağımsızlık; belirli bir yetenek düzeyinde olan bireylerin bir maddeyi yanıtlarken, başka maddelere verdiği yanıtlardan bağımsız davranmasıdır. Aynı zamanda bu varsayım, istatistiksel modelleme için gereklidir.



Şekil 4: Yerel bağımsızlık durumu



Şekil 5: Yerel bağımsızlık varsayımının bozulumu

Halil Yurdugul
yurdugul@hacettepe.edu.tr

Bilindiği gibi, ençok olabilirlik kestirimleri yerel bağımsızlık üzerine kuruludur.

$$P(U_1, U_2, .., U_n \mid \theta) = P(U_1 \mid \theta)\, P(U_1 \mid \theta) \ldots P(U_1 \mid \theta)$$

$$P(U_1, U_2, .., U_n \mid \theta) = \prod_{i}^{n} P(U_i \mid \theta) \qquad (12)$$

Eşitliklerinin yazılabilmesi için her bir olasılığın bağımsız olması gerekmektedir. Bu ise; yerel bağımsızlık varsayımı ile sağlanabilmektedir.

KTK ile ÖÖK arasındaki ilişkileri ise Croker ve Algina (1986:350), madde karakteristikleri ve ölçek boyutunda aşağıdaki bağıntıları belirtmişlerdir:

$$a_i = \frac{\rho_i}{\sqrt{1-\rho_i^2}}$$

$$b_i = \frac{\Phi^{-1}(-p_i)}{-p_i}$$

a_i: Madde ayırıcılık parametresi
b_i: Madde güçlük parametresi
ρ_i: i. maddenin biserial korelasyon değeri
Φ^{-1}: Normal dağılım eğrisi altında kalan alanın p_i kadarını ayıran ordinat.

Yukarıdaki ifadeler, KTK madde karakteristiklerinden ÖÖK'nın madde karakteristiklerine ulaşmak için kullanılan bağıntılardır. Bilindiği gibi, biserial korelasyonun kullanılabilmesi için normallik şartı aranmaktadır.

Benzer şekilde, ÖÖK'nda kullanılan madde karakteristiklerinden KTK'na ilişkin madde karakteristiklerine ulaşmak için ise aynı bağıntılar kullanılarak olanaklıdır (Hambleton ve Swaminathan, 1985:145).

Yukarıdaki ifadeler KTK ile ÖÖK'nda kullanılan madde karakteristikleri arasındaki bağıntıyı göstermektedir. Ölçekler arasındaki bağıntı ise;

$$T = \sum P_i(\theta)$$

$$X = \sum P_i(\theta) + E$$

olarak verilmiştir. X ve θ arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır ve

$$\eta_{X.\theta} = \sqrt{1 - \frac{\varepsilon[\sigma_{(X|\theta)}{}^2]}{\sigma_X{}^2}}$$

Halil Yurdugul
yurdugul@hacettepe.edu.tr

şeklinde gösterilmektedir (Croker ve Algina 1986:353).

Not:

Türkiye'de bazı kaynaklarda örtük özellikler kuramının temel varsayımlarına (yerel bağımsızlık ve tekboyutluluk) ayrıca "normal dağılım" varsayımı da eklenmektedir. **Bu bir kavram yanılgısıdır.** Çünkü normallik varsayımı a=b+cx gibi doğrusal modeller için geçerlidir. Örneğin, varyans analiz modelleri, regresyon modelleri, faktör analizi, Pearson korelasyon modelleri ve klasik test modeli için normallik varsayımı geçerlidir. Ancak doğrusal olmayan ya da parametrik olmayan modelleri için bu varsayım söz konusu değildir. Örtük özellikler kuramındaki doğrusal olmayan modeller için bu varsayım gereksizdir. Örtük özellikler modelinde kullanılan parametrelerden b=0 a=1 olma durumunda lojistik dağılım, normal dağılıma yakınsamaktadır.

KAYNAKÇA

AGRESTI, Alan. *Analysis of Ordinal Categorical Data*, John Wiley & Sons, Newyork, 1984

ANDERSEN, Erling B. *Discrete Statistical Models With Social Science Applications*, North-Holland, Amsterdam, 1980.

BAYKUL, Yaşar. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme: Klasik Test Teorisi ve Uygulaması*, ÖSYM Yayınları, Ankara, 2000

CROCKER, Linda and ALGİNA James. *Introduction to Classical and Modern Theory*, CBS College Publishing, 1986

HAMBLETON, R. K., H. SWAMINATHAN ve J. H. ROGERS. *Fundamentals Of Item Response Theory,* Sage Publications, Boston, 1991

HAMBLETON, R. K. ve H. SWAMINATHAN. *Item Response Theory: Principles and Application.* Kluwer-Nijhoff Publising, Boston, 1985

LORD, F. M. ve NOVICK, M.R. *Statistical Theories of Mental Test Scores*, Addision Wesley Publishing Company, ETS 1968