

Dinamik Programlama

Dr. Mustafa Çimen
Ders Notları

Ders 2: Geriye ve İleriye Yineleme

25.09.2017

İçerik

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

1 Tanım

- Hamilton-Jakobi-Bellman Denklemi
- Geriye Yineleme
- İleriye Yineleme

2 Son

İçindekiler

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

1 Tanım

- Hamilton-Jakobi-Bellman Denklemi
- Geriye Yineleme
- İleriye Yineleme

2 Son

Daha Detaylı Bir HJB Denklemi

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_t(s) \Leftarrow \min_a \{IC_s^a + V_{t+1}(s')\} \quad (1)$$

- s, t aşamasındaki bir durumu;
- $V_t(s)$, t aşamasında s durumunda olmanın değer fonksiyonunu (sonuna kadarki çıktılar toplamı);
- a , bir kararı;
- IC_s^a , a kararı verilmesi halinde t aşamasında gözlenecek çıktıyı; ve
- s' ise s durumunda a kararı verildiğinde $t + 1$ aşamasında karşılaşılabilecek durumu gösterir.

Geriye Yineleme

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemleri
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

- Değer fonksiyonu ($V_t(s)$), t aşamasında s durumunda bulunulursa, o aşamadan *planlama* *ufkunun* sonuna kadar karşılaşılabilecek çıktılar toplamını ifade eder.
- Yani: Değer fonksiyonu = Sonuna kadarki maliyet/fayda
- s' , t aşamasında s durumunda olup a kararı verildiğinde, $t + 1$ aşamasında karşılaşılabilecek durumu temsil eder.

Bir Örnek

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

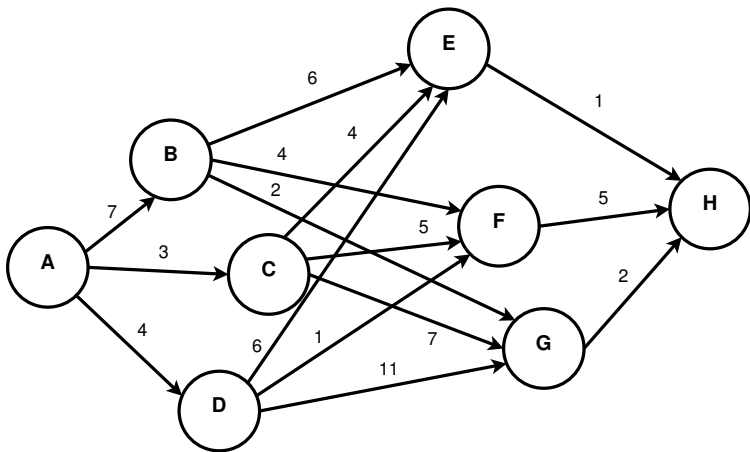
İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son



Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_4^*(H) = 0 + 0 = 0$$

Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_3^*(E) = IC_E^H + V_4^*(H) = 1 + 0 = 1$$

$$V_3^*(F) = IC_F^H + V_4^*(H) = 5 + 0 = 5$$

$$V_3^*(G) = IC_G^H + V_4^*(H) = 2 + 0 = 2$$

Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_2^*(B) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_B^E + V_3^*(E) = 6 + 1 = 7 \\ IC_B^F + V_3^*(F) = 4 + 5 = 9 \\ IC_B^G + V_3^*(G) = 2 + 2 = 4 \end{array} \right\} = 4$$

Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_2^*(C) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_C^E + V_3^*(E) = 4 + 1 = 5^* \\ IC_C^F + V_3^*(F) = 5 + 5 = 10 \\ IC_C^G + V_3^*(G) = 7 + 2 = 9 \end{array} \right\} = 5$$

Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_2^*(D) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_D^E + V_3^*(E) = 6 + 1 = 7 \\ IC_D^F + V_3^*(F) = 1 + 5 = 6^* \\ IC_D^G + V_3^*(G) = 11 + 2 = 13 \end{array} \right\} = 6$$

Geriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_1^*(A) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_A^B + V_2^*(B) = 7 + 4 = 11 \\ IC_A^C + V_2^*(C) = 3 + 5 = 8^* \\ IC_A^D + V_2^*(D) = 4 + 6 = 10 \end{array} \right\} = 8$$

İleriye Yineleme

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_t^*(s) \Leftarrow \min_a \{IC_s^a + V_{t-1}^*(s')\} \quad (2)$$

- Değer fonksiyonu ($V_t(s)$), t aşamasında s durumunda bulunulursa, **planlama ufkunun başından itibaren** o aşamaya/duruma kadar karşılaşılmış toplam (kümülatif) çıktılar toplamını ifade eder.
- Yani: Değer fonksiyonu = başından itibaren ki maliyet/fayda
- s' , t aşamasındaki s durumuna a kararı verilerek gelindiğine göre, $t - 1$ aşamasında hangi durumda olunduğunu temsil eder.

Optimalite Prensibi

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

- Herhangi bir durumda, **daha sonra hesaplanacak** aşamalarda karşılaşılabilecek durumlara ve verilen kararlara bakmaksızın yalnızca içinde bulunulan durumun özelliklerine bakarak gelecek çıktıları optimize eden politika bulunmalıdır.

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_1^*(A) = 0 + 0$$

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_2^*(B) = IC_B^{AB} + V_1^*(A) = 7 + 0 = 7$$

$$V_2^*(C) = IC_C^{AC} + V_1^*(A) = 3 + 0 = 3$$

$$V_2^*(D) = IC_D^{AD} + V_1^*(A) = 4 + 0 = 4$$

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_3^*(E) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_E^{BE} + V_2^*(B) = 6 + 7 = 13 \\ IC_E^{CE} + V_2^*(C) = 4 + 3 = 7^* \\ IC_E^{DE} + V_2^*(D) = 6 + 4 = 10 \end{array} \right\} = 7$$

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_3^*(F) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_F^{BF} + V_2^*(B) = 4 + 7 = 11 \\ IC_F^{CF} + V_2^*(C) = 5 + 3 = 8 \\ IC_F^{DF} + V_2^*(D) = 1 + 4 = 5^* \end{array} \right\} = 5$$

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_3^*(G) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_G^{BG} + V_2^*(B) = 2 + 7 = 9^* \\ IC_G^{CG} + V_2^*(C) = 7 + 3 = 10 \\ IC_G^{DG} + V_2^*(D) = 11 + 4 = 15 \end{array} \right\} = 9$$

İleriye Yineleme Çözümü

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi

Geriye Yineleme

İleriye Yineleme

Son

Son

$$V_4^*(H) = \min \left\{ \begin{array}{l} IC_H^{EH} + V_2^*(E) = 1 + 7 = 8^* \\ IC_H^{FH} + V_2^*(F) = 5 + 5 = 10 \\ IC_H^{GH} + V_2^*(G) = 2 + 9 = 11 \end{array} \right\} = 8$$

İçindekiler

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

1 Tanım

- Hamilton-Jakobi-Bellman Denklemi
- Geriye Yineleme
- İleriye Yineleme

2 Son

Bugün...

Dinamik
Programlama

Dr. Mustafa
Çimen
Ders Notları

İçerik

Tanım

HJB Denklemi
Geriye Yineleme
İleriye Yineleme

Son

Son

- Geriye yineleme, ve
 - İleriye yineleme
- tekniklerini öğrendik.

Ders Bitti!

Bir sonraki derste görüşmek üzere...

Dr. Mustafa Çimen