

# Dinamik Programlama

**Dr. Mustafa Çimen**

Ders Notları

Ders 8: Sonsuz planlama ufku

27.11.2017

# İçerik

- 1 Sonsuz Planlama Ufku
  - Problem Tanımı
  - Sonsuz Planlama Ufku Varsayımı Altında Çözüm Yaklaşımı
  - Bir Örnek

# İçindekiler

- 1 Sonsuz Planlama Ufku
  - Problem Tanımı
  - Sonsuz Planlama Ufku Varsayımı Altında Çözüm Yaklaşımı
  - Bir Örnek

# Sonsuz planlama ufku

- Planlama kısa dönemli olduğunda sondan başa çözüm
- Planlama ufkunun önemi
- Sonsuz planlama ufku
- İndirgeme çarpanı ( $\alpha$ )

# Stokastik Problemler için Bellman Denklemi

$$V^*(s) \Leftarrow \min_a E\{IC_s^a + \alpha V^*(s')\}$$

$$V^*(s) \Leftarrow \min_a \left\{ \sum_i p_{s,i}^a * r_{s,i}^a + \alpha \sum_{s'} \beta_{s,s'}^a V^*(s') \right\}$$

# Bir Örnek

Bir çiftçi her ekin döneminden önce toprağı kimyasal bir analize tabi tutmaktadır. Analiz sonucunda toprağın tarım için “iyi”, “orta” ya da “kötü” durumda olduğu ortaya çıkmaktadır. Dönem içindeki faktörlerle birlikte dönem sonuna kadar toprağın durumunun değişme ihtimali de mevcuttur. Bu olasılıklar ve gerçekleştikleri taktirde çiftçinin elde edeceği gelir,  $P$  ve  $R$  matrislerinde verilmektedir. Çiftçinin toprağı gübreleyerek zenginleştirme şansı da mevcuttur. Bu durumda  $P$  ve  $R$  matrisleri değişerek  $P'$  ve  $R'$  matrislerine dönüşmektedir. İndirgeme faktörünün 0,6 olduğunu varsayarak problemi dinamik programlama yöntemiyle sonsuz planlama ufku için çözünüz.

# Bir Örnek

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$P' = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,05 & 0,4 & 0,55 \end{pmatrix}$$

$$R' = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

# Çözmeden Önce

- Problemin aşamaları, dönemler(karar periyodları)'dir.
- Kararlar, her dönem gübreleme yapılıp yapılmayacağıdır.
- Her dönem başında toprağın durumu ise sistemin durumlarıdır.



# Çözüm

- Geriye yineleme yöntemiyle problemimizi çözüyoruz.
- **Sonsuzdan** başladığımızı ve geriye doğru problemimizi çözdüğümüzü varsayıyoruz.
- İlk iterasyonda son dönem ne kadar üretim yapılacağını kararlaştırıyoruz. Önceki dönemlerin geçmiş olduğunu düşünüyoruz.
- Bir önceki dönemden nasıl toprak devredildiğini bilmiyoruz. Dolayısıyla olası her durum için, olası kararlarımızı inceliyoruz. Değer fonksiyonları **kararlı hâle gelene kadar işlemi sürdürüyoruz.**

## Çözüm

$$V^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3 = 5,3^* \\ 0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1) = 4,7 \end{array} \right\} = 5,3$$

$$V^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1 = 3 \\ 0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0 = 3,1^* \end{array} \right\} = 3,1$$

$$V^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1) = -1 \\ 0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2) = 0,4^* \end{array} \right\} = 0,4$$

## Çözüm

$$V^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3) + 0,6 * (0,2 * 5,3 + 0,5 * 3,1 + 0,3 * 0,4) \\ = 6,94^* \\ (0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1)) + 0,6 * (0,3 * 5,3 + 0,6 * 3,1 + 0,1 * 0,4) \\ = 6,79 \end{array} \right\}$$

$$= 6,94$$

$$V^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1) + 0,6 * (0 * 5,3 + 0,5 * 3,1 + 0,5 * 0,4) \\ = 4,05 \\ (0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0) + 0,6 * (0,1 * 5,3 + 0,6 * 3,1 + 0,3 * 0,4) \\ = 4,60^* \end{array} \right\}$$

$$= 4,60$$

# Çözüm

$$V^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + 0,6 * (0 * 5,3 + 0 * 3,1 + 1 * 0,4) \\ = -0,76 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + 0,6 * (0,05 * 5,3 + 0,4 * 3,1 + 0,55 * 0,4) \\ = 1,44^* \end{array} \right\}$$

$= 1,44$

## Çözüm

$$V^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0, 2 * 7 + 0, 5 * 6 + 0, 3 * 3) + 0, 6 * (0, 2 * 6, 94 + 0, 5 * 4, 60 + 0, 3 * 1, 44) \\ = 7, 77^* \\ (0, 3 * 6 + 0, 6 * 5 + 0, 1 * (-1)) + 0, 6 * (0, 3 * 6, 94 + 0, 6 * 4, 60 + 0, 1 * 1, 44) \\ = 7, 69 \end{array} \right\}$$

$$= 7, 77$$

$$V^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0, 5 * 5 + 0, 5 * 1) + 0, 6 * (0 * 6, 94 + 0, 5 * 4, 60 + 0, 5 * 1, 44) \\ = 4, 81 \\ (0, 1 * 7 + 0, 6 * 4 + 0, 3 * 0) + 0, 6 * (0, 1 * 6, 94 + 0, 6 * 4, 60 + 0, 3 * 1, 44) \\ = 5, 43^* \end{array} \right\}$$

$$= 5, 43$$

# Çözüm

$$V^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + 0,6 * (0 * 6,94 + 0 * 4,60 + 1 * 1,44) \\ = 0,14 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + 0,6 * (0,05 * 6,94 + 0,4 * 4,60 + 0,55 * 1,44) \\ = 2,19^* \end{array} \right\}$$

$= 2,19$

## Çözüm

$$V^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3) + 0,6 * (0,2 * 7,77 + 0,5 * 5,43 + 0,3 * 2,19) \\ = 8,26^* \\ (0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1)) + 0,6 * (0,3 * 7,77 + 0,6 * 5,43 + 0,1 * 2,19) \\ = 8,18 \end{array} \right\}$$

$$= 8,26$$

$$V^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1) + 0,6 * (0 * 7,77 + 0,5 * 5,43 + 0,5 * 2,19) \\ = 5,29 \\ (0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0) + 0,6 * (0,1 * 7,77 + 0,6 * 5,43 + 0,3 * 2,19) \\ = 5,92^* \end{array} \right\}$$

$$= 5,92$$

# Çözüm

$$V^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + 0,6 * (0 * 7,77 + 0 * 5,43 + 1 * 2,19) \\ = 0,31 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + 0,6 * (0,05 * 7,77 + 0,4 * 5,43 + 0,55 * 2,19) \\ = 2,66^* \end{array} \right\}$$

$= 2,66$



## Çözüm

$$V^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3) + 0,6 * (0,2 * 8,26 + 0,5 * 5,92 + 0,3 * 2,66) \\ = 8,54^* \\ (0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1)) + 0,6 * (0,3 * 8,26 + 0,6 * 5,92 + 0,1 * 2,66) \\ = 8,47 \end{array} \right\}$$

$$= 8,54$$

$$V^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1) + 0,6 * (0 * 8,26 + 0,5 * 5,92 + 0,5 * 2,66) \\ = 5,57 \\ (0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0) + 0,6 * (0,1 * 8,26 + 0,6 * 5,92 + 0,3 * 2,66) \\ = 6,21^* \end{array} \right\}$$

$$= 6,21$$

# Çözüm

$$V^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + 0,6 * (0 * 8,26 + 0 * 5,92 + 1 * 2,66) \\ = 0,60 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + 0,6 * (0,05 * 8,26 + 0,4 * 5,92 + 0,55 * 2,66) \\ = 2,95^* \end{array} \right\}$$

$= 2,95$

# Çözüm

- Problemin çözümünde, son iterasyonda verilen kararlar optimal kabul edilir. Önceki iterasyonlarda (aşamalarda) farklı kararlar verilse de, son aşamada ne karar verdiysek o kararı karar verici sonsuza kadar kullanmalı denir. Bizim problemimizde, toprak iyi durumdaysa gübreleme yapılmamalı, orta ya da kötü durumdaysa gübreleme yapılmalıdır.

# Ders Bitti!

Bir sonraki derste görüşmek üzere...

*Dr. Mustafa Çimen*