

# Dinamik Programlama

**Dr. Mustafa Çimen**

Ders Notları

Ders 7: Stokastik Problemler

20.11.2017

# İçerik

- 1 Stokastik Problemler
  - Problem Tanımı
  - Stokastik Problemlerde Çözüm Yaklaşımı
  - Bir Örnek

# İçindekiler

- 1 Stokastik Problemler
  - Problem Tanımı
  - Stokastik Problemlerde Çözüm Yaklaşımı
  - Bir Örnek

- Sistemin tüm parametrelerinin alacağı değerler kesin olarak bilinmeyebilir.
- Sistemin en az bir parametresi bilinmediğinde problem artık deterministik değildir.
- Belirsizlik, parametre değerleri yerine bu değerler üzerine olası farklı senaryoların ve bu senaryoların olasılıklarının bilinmesi şeklinde gerçekleşebilir. Bu tip problemlere senaryo tabanlı problemler denir.
- Belirsizlik, parametre değerlerinin olasılık dağılımının bilinmesi şeklinde de gerçekleşebilir. Her ikisi de stokastik problemlerdir.

# Beklenen Değer

- Bir kumar oyunu.
- Beklenen değer, aynı deneyi teoride sonsuz kere tekrarladığınızda, tekrar başına düşen ortalama çıktı miktarıdır.
- $\sum(p_i * r_i)$

# Stokastik Problemler için Bellman Denklemi

$$\begin{aligned} V_t^*(s) &\Leftarrow \min_a E\{IC_s^a + V_{t+1}(s')\} \\ &\Leftarrow \min_a \left\{ E\{IC_s^a\} + \sum_{s'} \beta_{s,s'}^a V_{t+1}^*(s') \right\} \\ &\Leftarrow \min_a \left\{ \sum_i p_{s,i}^a * r_{s,i}^a + \sum_{s'} \beta_{s,s'}^a V_{t+1}^*(s') \right\} \end{aligned}$$

# Bir Örnek

Bir çiftçi her ekin döneminden önce toprağı kimyasal bir analize tabi tutmaktadır. Analiz sonucunda toprağın tarım için "iyi", "orta" ya da "kötü" durumda olduğu ortaya çıkmaktadır. Dönem içindeki faktörlerle birlikte dönem sonuna kadar toprağın durumunun değişme ihtimali de mevcuttur. Bu olasılıklar ve gerçekleştikleri taktirde çiftçinin elde edeceği gelir,  $P$  ve  $R$  matrislerinde verilmektedir.

# Bir Örnek

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$



# Bir Örnek

Çiftçinin toprağı gübreleyerek zenginleştirme şansı da mevcuttur. Bu durumda  $P$  ve  $R$  matrisleri değişerek  $P'$  ve  $R'$  matrislerine dönüşmektedir.

# Bir Örnek

$$P' = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,6 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,3 \\ 0,05 & 0,4 & 0,55 \end{pmatrix}$$

$$R' = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 \\ 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

# Çözmeden Önce

- Problemin aşamaları, dönemler(karar periyodları)'dir.
- Kararlar, her dönem gübreleme yapılıp yapılmayacağıdır.
- Her dönem başında toprağın durumu ise sistemin durumlarıdır.

# Çözüm

- Geriye yineleme yöntemiyle problemimizi çözüyoruz.
- Sondan başladığımız için önce son dönem ne kadar üretim yapılacağını kararlaştırıyoruz. Önceki dönemlerin geçmiş olduğunu düşünüyoruz.
- Bir önceki dönemden nasıl toprak devredildiğini bilmiyoruz. Dolayısıyla olası her durum için, olası kararlarımızı inceliyoruz.

## Çözüm

$$V_3^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3 = 5,3^* \\ 0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1) = 4,7 \end{array} \right\} = 5,3$$

$$V_3^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1 = 3 \\ 0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0 = 3,1^* \end{array} \right\} = 3,1$$

$$V_3^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1) = -1 \\ 0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2) = 0,4^* \end{array} \right\} = 0,4$$

## Çözüm

$$V_2^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3) + (0,2 * 5,3 + 0,5 * 3,1 + 0,3 * 0,4) \\ = 8,03 \\ (0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1)) + (0,3 * 5,3 + 0,6 * 3,1 + 0,1 * 0,4) \\ = 8.19^* \end{array} \right\}$$

$$= 8.19$$

$$V_2^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1) + (0 * 5,3 + 0,5 * 3,1 + 0,5 * 0,4) \\ = 4,75 \\ (0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0) + (0,1 * 5,3 + 0,6 * 3,1 + 0,3 * 0,4) \\ = 5,61^* \end{array} \right\}$$

$$= 5,61$$

# Çözüm

$$V_2^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + (0 * 5,3 + 0 * 3,1 + 1 * 0,4) \\ = -0,6 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + (0,05 * 5,3 + 0,4 * 3,1 + 0,55 * 0,4) \\ = 2,13^* \end{array} \right\}$$

$= 2,13$

## Çözüm

$$V_1^*(i) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0,2 * 7 + 0,5 * 6 + 0,3 * 3) + (0,2 * 8,19 + 0,5 * 5,61 + 0,3 * 2,13) \\ = 10,38 \\ (0,3 * 6 + 0,6 * 5 + 0,1 * (-1)) + (0,3 * 8,19 + 0,6 * 5,61 + 0,1 * 2,13) \\ = 10,74^* \end{array} \right\}$$

$$= 10,74$$

$$V_1^*(o) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0,5 * 5 + 0,5 * 1) + (0 * 8,19 + 0,5 * 5,61 + 0,5 * 2,13) \\ = 6,87 \\ (0,1 * 7 + 0,6 * 4 + 0,3 * 0) + (0,1 * 8,19 + 0,6 * 5,61 + 0,3 * 2,13) \\ = 7,92^* \end{array} \right\}$$

$$= 7,92$$



# Çözüm

$$V_1^*(k) = \max \left\{ \begin{array}{l} (0 * 0 + 0 * 0 + 1 * (-1)) + (0 * 8,19 + 0 * 5,61 + 1 * 2,13) \\ = 1,13 \\ (0,05 * 6 + 0,4 * 3 + 0,55 * (-2)) + (0,05 * 8,19 + 0,4 * 5,61 + 0,55 * 2,13) \\ = 4,23^* \end{array} \right\}$$
$$= 4,23$$

# Çözüm

- Problemin çözümünde, deterministik problemlerden farklı olarak kesin hareketlerden ziyade bir plan vardır. Karar verici stokastik süreçler neticesinde hangi duruma düşerse, o duruma uygun kararı belirlemiş olacaktır.

# Ders Bitti!

Bir sonraki derste görüşmek üzere...

*Dr. Mustafa Çimen*