

HİD253 Termodinamik İlkeleri

9. Hafta Gradyan-Akı Yasası

Prof.Dr. C. Serdar BAYARI, Jeoloji Mühendisliği Bölümü Hidrojeoloji Anabilim Dalı



Gradyan-Akı Yasası

Gradyan-Akı Yasası bir dizi fizik yasasının genel adıdır. Yasa basit olarak bir kütle ya da enerji hareketinin (yani akının) oluşabilmesi için bir enerji gradyanının mevcut olması gerektiğini belirtir. Akı miktarı gradyanın büyüklüğü ile orantılıdır. Gradyan-Akı Yasası aslında birbiri ile ilgisizmiş gibi görünen süreçlerin tek bir sürecin farklı konulardaki ifadesi olduğunu belirtir. Bu süreç Termodinamiğin 1inci ve 2nci Yasalarının doğada uygulanmasından başka bir şey değildir.

YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Fick'in Birinci Yasası	$F = -D \frac{\partial C}{\partial x}$	F (mol m ⁻² s ⁻¹) C (mol m ⁻³) D (m ² s ⁻¹)	Kütle akısı Derişim Moleküler difüzyon katsayısı
Elektrik İletim Yasası (Ohm Yasası)	$j = +k \frac{\partial V}{\partial x}$	J (A m ⁻²) V (V) K (Ω ⁻¹ m ⁻¹)	Birim alan başına elektrik akımı Elektrik alan Elektriksel iletkenlik
Isı İletimi Yasası (Fourier Yasası)	$F_{th} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$	F_{th} (W m ⁻²) T (K) κ (W m ⁻² K)	Isı akısı Sıcaklık Isıl iletkenlik katsayısı
Gözenekli Ortamda Akış Yasası (Darcy Yasası)	$q = -K \frac{\partial h}{\partial x}$	q (m s ⁻¹) h (m) K (m s ⁻¹)	Sıvı akış hızı Hidrolik yük (ya da x yönünde basınç değişimi) Ortamın hidrolik iletkenliği

Gradyan-Akı Yasası

Aşağıdaki 4 yasa Gradyan-Akı Yasası'nın farklı disiplinlerdeki ifadesidir. Tüm bu yasalar,

AKI = BİR KATSAYI x GRADYAN

eşitliğine uyarlar.

Akı, enerji ya da bunun yansıması olan kütle akısıdır (hareketidir). Gradyan, akıyı sağlayan, bir boyutlu sistemin iki noktası arasındaki enerji büyüklüğünün uzaklıkla değişimidir. Katsayı belirli bir gradyanın hangi oranda akı sağlayacağını belirleyen bir büyüklüktür.

Katsayının değeri a) akıya konu enerji ya da kütlenin özelliklerine, b) akının gerçekleştiği ortamın özelliklerine bağlıdır.

YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Fick'in Birinci Yasası	$F = -D \frac{\partial C}{\partial x}$	F (mol m ⁻² s ⁻¹) C (mol m ⁻³) D (m ² s ⁻¹)	Kütle akısı Derişim Moleküler difüzyon katsayısı
Elektrik İletim Yasası (Ohm Yasası)	$j = +k \frac{\partial V}{\partial x}$	J (A m ⁻²) V (V) K (Ω ⁻¹ m ⁻¹)	Birim alan başına elektrik akımı Elektrik alan Elektriksel iletkenlik
Isı İletimi Yasası (Fourier Yasası)	$F_{th} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$	F_{th} (W m ⁻²) T (K) κ (W m ⁻² K)	Isı akısı Sıcaklık Isıl iletkenlik katsayısı
Gözenekli Ortamda Akış Yasası (Darcy Yasası)	$q = -K \frac{\partial h}{\partial x}$	q (m s ⁻¹) h (m) K (m s ⁻¹)	Sıvı akış hızı Hidrolik yük (ya da x yönünde basınç değişimi) Ortamın hidrolik iletkenliği

Gradyan Nedir?

Gradyan-Akı yasalarında kullanılan gradyan ifadesi Türkçe'de kademeli ya da basamaklı azalma ya da artma anlamındadır.

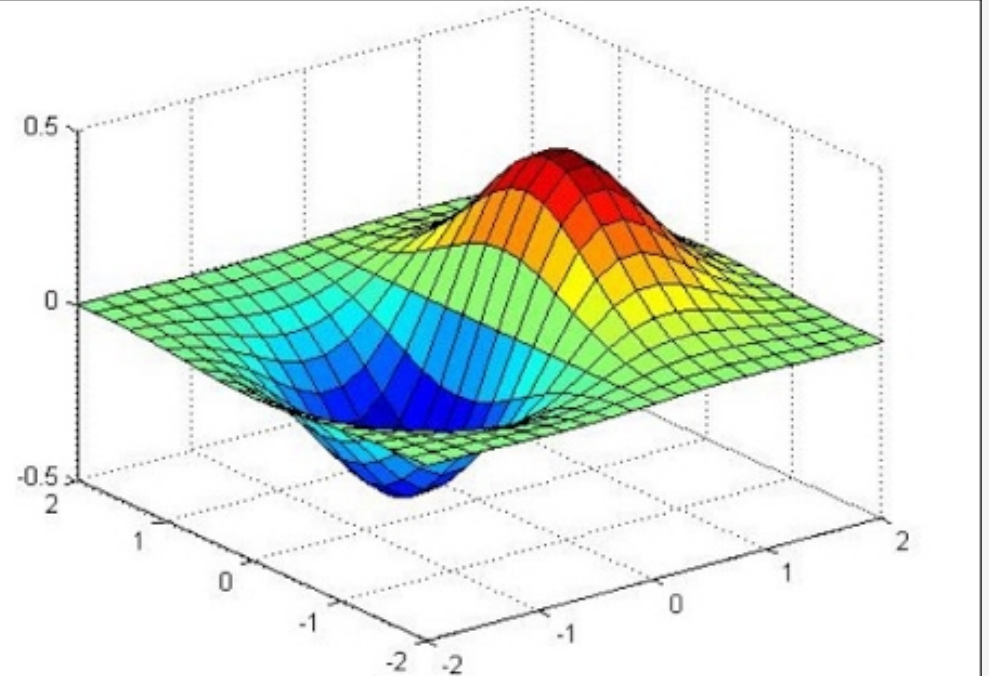
Sağ üstteki şekil belirli an için bir su tablasının, diğer bir deyişle yeraltısuyu hidrolik yükünün (h) üç boyutlu değişimini göstermektedir. Herhangi bir noktadaki hidrolik yük gradyanı, o noktadaki en dik eğim değerini ve eğim yönünü gösteren bir düzlem vektördür.

Hidrolik yükün üç boyutlu uzayda zaman göre değişimi aşağıdaki toplam türev ifadesi ile tanımlanabilir:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial h}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

Hidrolik yükün belirli bir an için sadece belirli bir yöndeki (örneğin x yönü) gradyanı ifade edilmek istendiğinde aşağıdaki gösterim kullanılır:

$$\frac{\partial h}{\partial x}$$



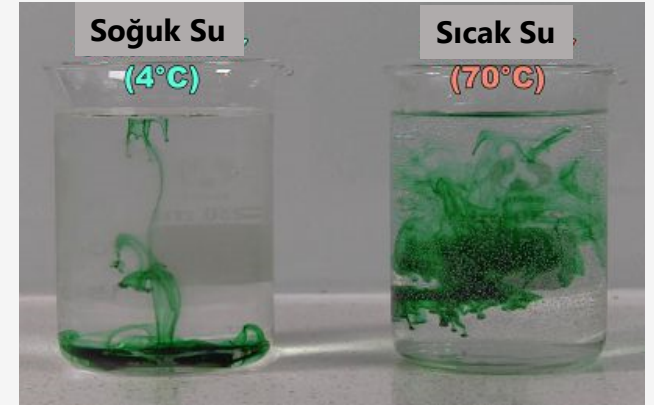
Gradyan-Akı Yasası: Fick'in Birinci Yasası

Fick'in Birinci Yasası Moleküler Difüzyon Yasası olarak da anılır. Alman fizikçi Adolf Fick tarafından tanımlanmıştır.

Hepimiz, bir kaptaki suya damlatılan suda çözünür bir boyanın zamanla su içinde yayıldığını gözlemişizdir. Bu yayılma sonuçta tüm su kütlesi aynı rengi alana kadar devam eder.

Bu yayılmanın nedeni boyanın sahip olduğu kimyasal enerjinin çevresine göre daha büyük olmasıdır. Termodinamiğin 2nci yasasına göre bir engelle karşılaşmadığı sürece boya içinde bulunduğu ortama yayılır. Bu işlem boya molekülleri ile su moleküllerinin yer değiştirmesi ya da iç içe geçmesi (difüzyon) şeklinde gerçekleşir.

Aşağıdaki eşitlikte gösterildiği gibi akışkan ortamının birim alanından (m^{-2}), birim zamanda (s^{-1}) kaç adet molekül taşınacağı (yani akı, F) derişim (C) gradyanının ($\partial C/\partial x$) ve moleküler difüzyon katsayısının (D) büyüklüğüne bağlıdır. Derişim birim hacimdeki madde miktarıdır (mol/m^3). Derişim gradyanı sistemin iki noktası arasındaki derişim farkının iki nokta arasındaki uzaklığa oranıdır. Gradyan cebirsel olarak $\Delta C = (C_1 - C_2) / (X_1 - X_2)$ şeklinde yazılabilir. Eğer X_1 ve X_2 noktaları arasındaki C_1 ve C_2 derişimleri eşit ise $\Delta C = (0) / (X_1 - X_2) = 0$ olacağından $F = -D (\partial C/\partial x) = -D (0) = 0$ olacak, yani akı gerçekleşmeyecektir. Aynı durum, gradyanın büyüklüğü ne olursa olsun $D=0$ olması durumunda da geçerlidir. Termodinamiğin 2nci yasasına göre enerji/kütle yoğun/büyük konumdan seyrek/küçük konuma kendiliğinden hareket etme eğilimindedir. Bu eğilim gradyandan kaynaklanır ama bu eğilimin akıya dönüşmesi için D sıfırdan büyük olmalıdır. D 'nin değeri hem difüze olan kimyasalın hem de difüzyonun gerçekleştiği ortamın (bu örnekte suyun) özelliklerine bağlıdır. Örneğin, sıcaklık artışı D 'nin değerini büyütür. Neden?



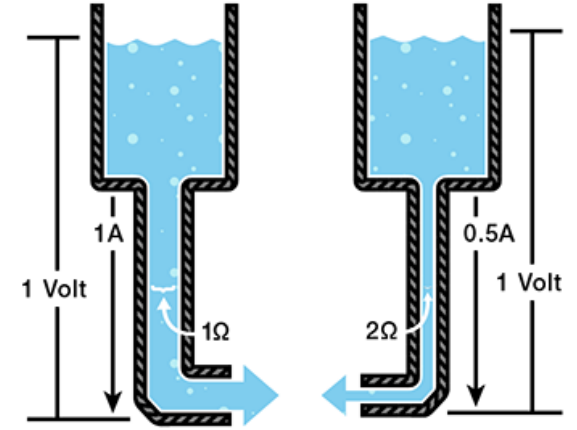
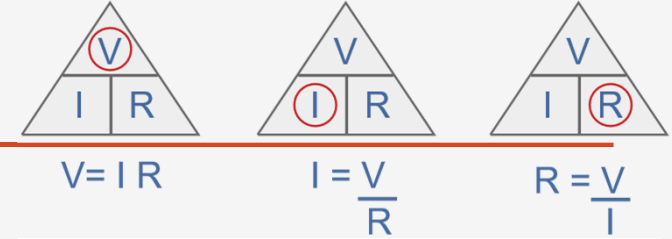
YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Fick'in Birinci Yasası	$F = -D \frac{\partial C}{\partial x}$	F ($mol\ m^{-2}\ s^{-1}$) C ($mol\ m^{-3}$) D ($m^2\ s^{-1}$)	Kütle akısı Derişim Moleküler difüzyon katsayısı

Gradyan-Akı Yasası: Elektrik İletim (Ohm) Yasası

Elektrik İletim Yasası Ohm Yasası olarak da anılır. Alman fizikçi Georg Ohm tarafından tanımlanmıştır.

Elektrik akısı elektrik yükü taşıyan elektronların akısıdır. Elektronlar (e^-) elektrik yükü taşırlar. Birim zamanda ne kadar çok elektron akısı var ise iletilen elektrik enerjisi de o denli büyüktür. Elektrik akımının gücü birim zamanda iletilen elektron miktarını ifade edilen amper birimi (j , A) ile ifade edilir. Coulomb $6,242 \cdot 10^{18}$ adet elektronu tanımlayan bir terimdir. Bir amper, bir akım kesitinden saniyede 1 coulomb elektron geçtiğini ifade eder. Aşağıdaki eşitlikten de görüleceği gibi bir ortamda ne kadar elektron iletilebileceği (j , yani elektrik akısı büyüklüğü) ortamın iletme gösterdiği iletkenliğe (k , $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$) (yada bunun tersi olan dirence ($\Omega = k^{-1}$) ve elektrik alan gradyanının ($\text{Volt}, \partial V / \partial x$) büyüklüğüne bağlıdır. Yaygın uygulamada elektrik akısına karşı gösterilen direnç R (Ω , ohm) simgesi ile gösterilir, elektrik alan gradyanının ($\partial V / \partial x$) büyüklüğü V (volt) ile gösterilir ve elektrik akısı büyüklüğü (j , amper) ise akım şiddeti olarak anılır, I simgesi ile gösterilir. Bu durumda elektrik akısı eşitliğinin yaygın bilinen eşitliği $V = I \times R$ elde edilir. Sağ üstte bu eşitliğin değişik biçimleri gösterilmiştir.

Elektrik akısı ile sıvı akısı benzer özelliklere sahiptir (ama aynı değildir). Bu kapsamda elektronlar ve su molekülleri benzeşik unsurlar olarak düşünülebilir. Sağdaki şekil elektrik ve sıvı akılarını benzeştirmektedir. Her iki depoda seviyeler (hidrolik yük, m = elektrik potansiyel gradyanı, V) eşit olup, borunun çapı azaldıkça akıya olan direnç, R artmakta (ya da hidrolik iletkenlik, K veya elektriksel iletkenlik, k) azalmakta, bu durum akının da (Darcy hızı, q , m s^{-1} veya elektrik akımı, j A m^{-2}) azalmaktadır (sağdaki şekilde gösterilen durum).



YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Elektrik İletim Yasası (Ohm Yasası)	$j = +k \frac{\partial V}{\partial x}$	J (A m^{-2}) V (V) K ($\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$)	Birim alan başına elektrik akımı Elektrik alan Elektriksel iletkenlik

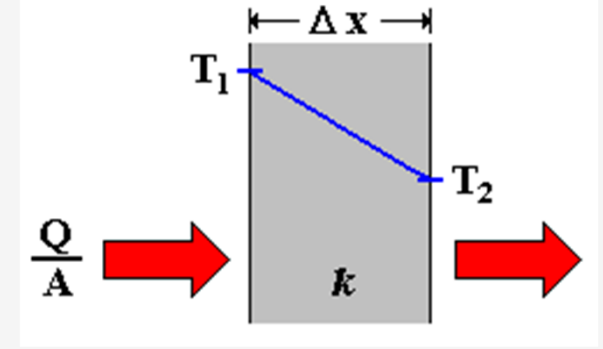
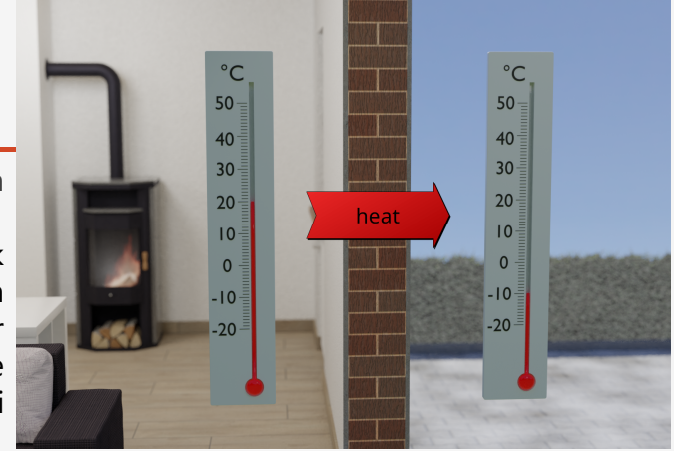
Gradyan-Akı Yasası: Isı İletim (Fourier) Yasası

Isı İletim Yasası Fourier Yasası olarak da anılır. Fransız matematikçi ve fizikçi Jean-Baptiste Joseph Fourier tarafından tanımlanmıştır.

Isı enerjisi atomik vibrasyondan (titreşimden) ya da diğer bir ifade ile atomların kinetik enerjilerinden kaynaklanan bir enerjidir. Atomik vibrasyon arttıkça atomik kinetik enerji ve bunun yansıması olan ısı enerjisi artar. Isı enerjisi kondüksiyon, (temas ederek) konveksiyon (başka bir süreçle taşınarak) ve radyasyonla (ışınım) iletilir. Kondüksiyonla iletimde yüksek ısı enerjisine atomlar (ya da moleküller) düşük enerjiye sahip atomlara çarparak onların da titreşimlerini arttırmalarını (ısınmalarını) sağlar.

Bir ortamdan diğer bir ortama doğru olan ısı akısının (F_{th} , $W m^{-2}$) büyüklüğü –ısı enerjisinin bir göstergesi olan- sıcaklık gradyanına ($\partial T/\partial x$, K) ve ortamın ısıl iletimlilik katsayısına (κ , $W m^{-2} K$) bağlıdır. Watt saniyede 1 jullük enerji akısının ifadesidir. Bir jul bir newtonluk (N) kuvvetin bir metre (m) boyunca uygulanması için gereken enerjidir. Bir kalori 1 gram suyun sıcaklığını 1 derece yükseltmek için gerekli enerji olup 4.19 jul karşılığıdır.

Kışın ısınmak için kullandığımız enerjiden maksimum verimi elde etmek için konutumuzdan dışarı çıkmasını istemeyiz. Bu amaçla konutumuzu ısı yalıtırız. Kışın konut içi ve dışı arasındaki sıcaklık gradyanı büyüdüğünden ısı akısı da artma eğilimine girer. Bu durumda ısı kaybını azaltmanın tek yolu ısıl iletkenlik katsayısını azaltmaktan geçer. Bu amaçla içi vakumlu çift cam kullanılır. Dış cephe ısıl iletkenlik katsayısı düşük malzeme ile kaplanır. Tek cam, çift cam, tuğla ve gaz beton için ısıl iletkenlik katsayıları sırasıyla 4.8, 3.0-2.3, 0.4 ve 0.2 $W m^{-2} K$ düzeyindedir.

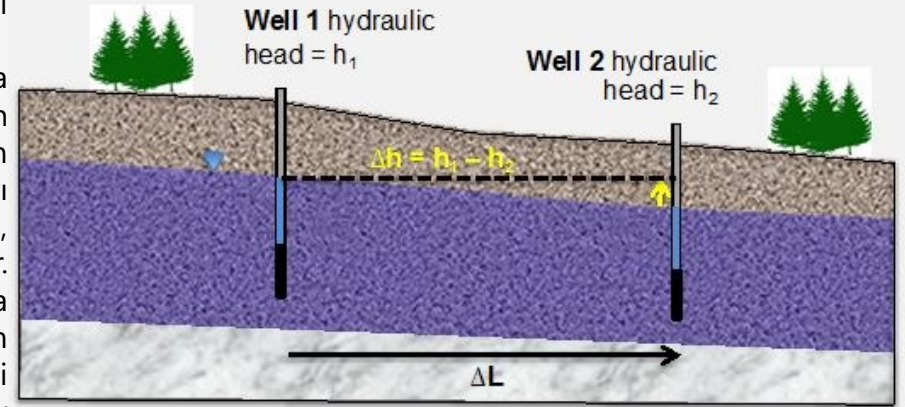
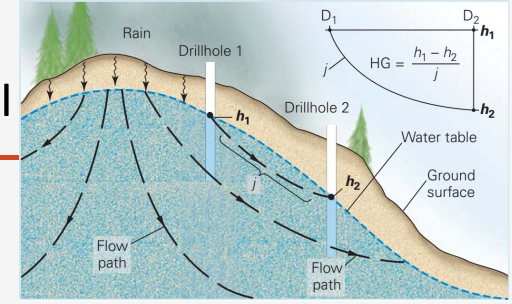


YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Isı İletimi Yasası (Fourier Yasası)	$F_{th} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$	F_{th} ($W m^{-2}$) T (K) κ ($W m^{-2} K$)	Isı akısı Sıcaklık Isıl iletkenlik katsayısı

Gradyan-Akı Yasası: Gözenekli Ortamda Akış (Darcy) Yasası

Gözenekli Ortamda Akış Yasası Darcy Yasası olarak da anılır. Fransız hidrolikçi Henry Darcy tarafından tanımlanmıştır.

Laminer akış koşullarında geçerli olan bu yasa akış hızının yüksek ve bu nedenle akışın türbülanslı (geri dönüşlü) olduğu karstik ve kırık-çatlaklı ortamlar dışında tüm akiferlerde kullanılan hidrojeolojinin en temel yasasıdır. Gözenekli ortamda sıvı akış hızının büyüklüğü (q , $m s^{-1}$) hidrolik yük gradyanına ($\partial h/\partial x$, m/m , boyutsuz) ve hidrolik iletkenlik katsayısına (K , $m s^{-1}$) bağlıdır. K 'nın değeri hem ortamın hem de iletilen akışkanın özelliklerine bağlıdır. Artan sıcaklıkla akışkan viskozitesinin (akışa gösterdiği direncin) azalmasından dolayı hidrolik iletkenlik katsayısının değeri (yani iletkenlik) artar. Gözenek sayısı fazla, gözenekleri büyük hacimli ve birbiri ile bağlantılı ortamlarda K değeri yüksektir. Sayıları fazla olsa bile gözenekler birbiri ile yeterince bağlantılı değil ise ya da gözenekleri yerçekimini engelleyebilecek düzeyde elektrostatik çekim oluşturacak kadar küçük ise K değeri de küçük olur. Hidrolik yük gradyanı iki noktadaki hidrolik yük değerleri farkının bu noktalar arasındaki yatay (yatay hidrolik gradyan) ya da dikey (dikey hidrolik gradyan) uzaklığa oranıdır. Yük farkı yok ise ($h_1 = h_2$, $h_1-h_2 = 0$, $\partial h/\partial x = 0$) akış sıfırdır, yani gerçekleşmez.



$$\text{Hydraulic Gradient} = \frac{\Delta h}{\Delta L}$$

YASA	EŞİTLİK	Değişkenler	Açıklama
Gözenekli Ortamda Akış Yasası (Darcy Yasası)	$q = -K \frac{\partial h}{\partial x}$	q ($m s^{-1}$) h (m) K ($m s^{-1}$)	Sıvı akış hızı Hidrolik yük gradyanı (ya da x yönünde basınç değişimi) Ortamın hidrolik iletkenliği

normal veya kademeli (bkz. derece giriş 2'yi geçişli 2) yükselme veya alçalma: eğim. b: yukarı veya aşağı doğru eğimli bir kısım.

Gradyan-Akı Yasası: Farklı Yasaların Karşılaştırılması

Darcy Yasası ve Ohm Yasası arasındaki benzeşimden hareketle terimlerin eşleniklerini yazınız.

Darcy Yasası	Ohm Yasası
Hidrolik yük	
	Elektron
	Kondansatör
Aç-kapa Vana	
Boru	
Su Deposu	
	Direnç
Çek valf	
Su pompası	
	Elektrik sayacı
	Amper
Su deposu	

Darcy Yasası	Ohm Yasası
Boruda patlak	
	Jeneratör
	Kondansatör
Kollu Vana	
Göl	
Akarsu	
	Sigorta
Su değirmeni	
Buharlaştırma	
	Statik elektrik
	Akümlatör
Dirsek boru	

Neler öğrendik?



Gradyan nedir?

Akı nedir?

Gradyan-Akı Yasası nedir?

Gradyan-Akı Yasasına örnekler veriniz, verdiğiniz örneğin parametrelerini birimleri ile açıklayınız.

Farklı gradyan-akı yasalarının eşlenik parametreleri belirtip, benzerlikleri açıklayınız.

Gradyan-Akı Yasası Termodinamiğin hangi yasaları ile nasıl ilişkilidir, açıklayınız?

Darcy ve Ohm Yasalarının kıyaslamalı bir değerlendirmesini yapınız.

Elektrik akımı ile ilgili terimlerin hidrolikteki eşleniklerine örnekler veriniz.

