

TEK YARIKTA KIRINIM VE HEISENBERG BELİRSİZLİK İLKESİ

Amaç

Deneyde tek yarıktaki kırınım olayından faydalanarak Heisenberg Belirsizlik ilkesi incelenecektir.

Karl Werner Heisenberg

5 Aralık 1901 Würzburg'da doğdu, 1 Şubat 1976 Münih'te öldü. Kendi ismiyle anılan Belirsizlik İlkesi'ni bulan Alman fizikçi, atom yapısı bilgisine katkılarının dolayısıyla 1932 yılında fizik dalında Nobel Ödülü'ne layık görüldü.



HEISENBERG BELİRSİZLİK İLKESİ

Belirsizlik ilkesi, 1927 yılında Werner **Heisenberg** tarafından öne sürüldü.

Kuantum fiziğinde **Heisenberg**'in **belirsizlik** ilkesine göre, bir parçacığın momentumu ve konumu aynı anda tam doğrulukla ölçülemez.

1920'lerde Heisenberg, atomlardan daha küçük (atomaltı) taneciklerin davranışlarının ne dereceye kadar belirlenebileceğini görebilmek için düşünsel deneyler tasarladı. Bunun için taneciğin konumu ve momentumu gibi iki değişkenin ölçülmesi gerekiyordu.

Temelde kuantum parçacıkları hem dalga hem de parçacık özelliği gösterebilirler. Ancak ölçmeye veya gözlemlemeye kalkarsanız ya dalga ya da parçacık gibi davrandığını bulursunuz. İkisi aynı anda gözlenmez. Dalga ve parçacığı aynı anda net bir şekilde saptayamama durumu Heisenberg Belirsizlik ilkesinin özüdür.

[konumu - momentumu] ve [enerji - zaman] belirsizliği

Belirsizlik teorisini ilk olarak **1927** yılında "**Ueber den anschaulichen Inhalt der quanten theoretischen Kinematik und Mechanik**" (kuantum teorisi kinematik ve mekanik üzerine bir makale) isimli makalesinde açıklayan Heisenberg için fiziksel literatürde **kesinlik** ve **netlik** neden bir problem olarak görünüyordu?

Heisenberg'e göre bir parçacığın **konumu** ve **momentumu** aynı anda kesin olarak **tespit edilemezdi**, yani her bir kavram için minimum da olsa bir sapma, hata payı veya belirsizlik vardı.

Bu belirsizlik aynı şekilde **enerji** ve **zaman** arasındaki ilişkide de geçerlidir.

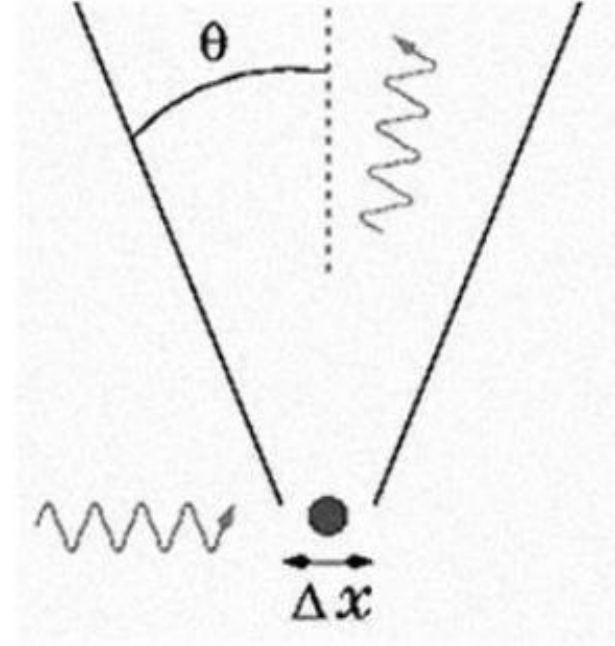
[konumu - momentumu] ve [enerji - zaman] belirsizliği

- **Heisenberg Belirsizlik ilkesi** kuantum mekaniğinin en büyük ve önemli yaklaşımlarından biridir.

Özüne inildiğinde doğadaki en temel olguların ve niceliklerin **belirsizliğini** anlatan Belirsizlik ilkesi, ayrıca klasik **fizik** ile **kuantum** mekaniğinin birbirinden ayrıldığı noktadır.

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$$



Δx : Konumdaki belirsizlik, Δp : momentumdaki belirsizlik
 ΔE : Enerjideki belirsizlik, Δt : zamandaki belirsizlik

Kuantum Mekanikinde Ölçme Problemi

Heisenberg'in gözlemlerine göre **atomaltı parçacıklar** günlük yaşamda normal olarak görebildiğimiz nesnelerden farklı davranışlar sergilemektedir.

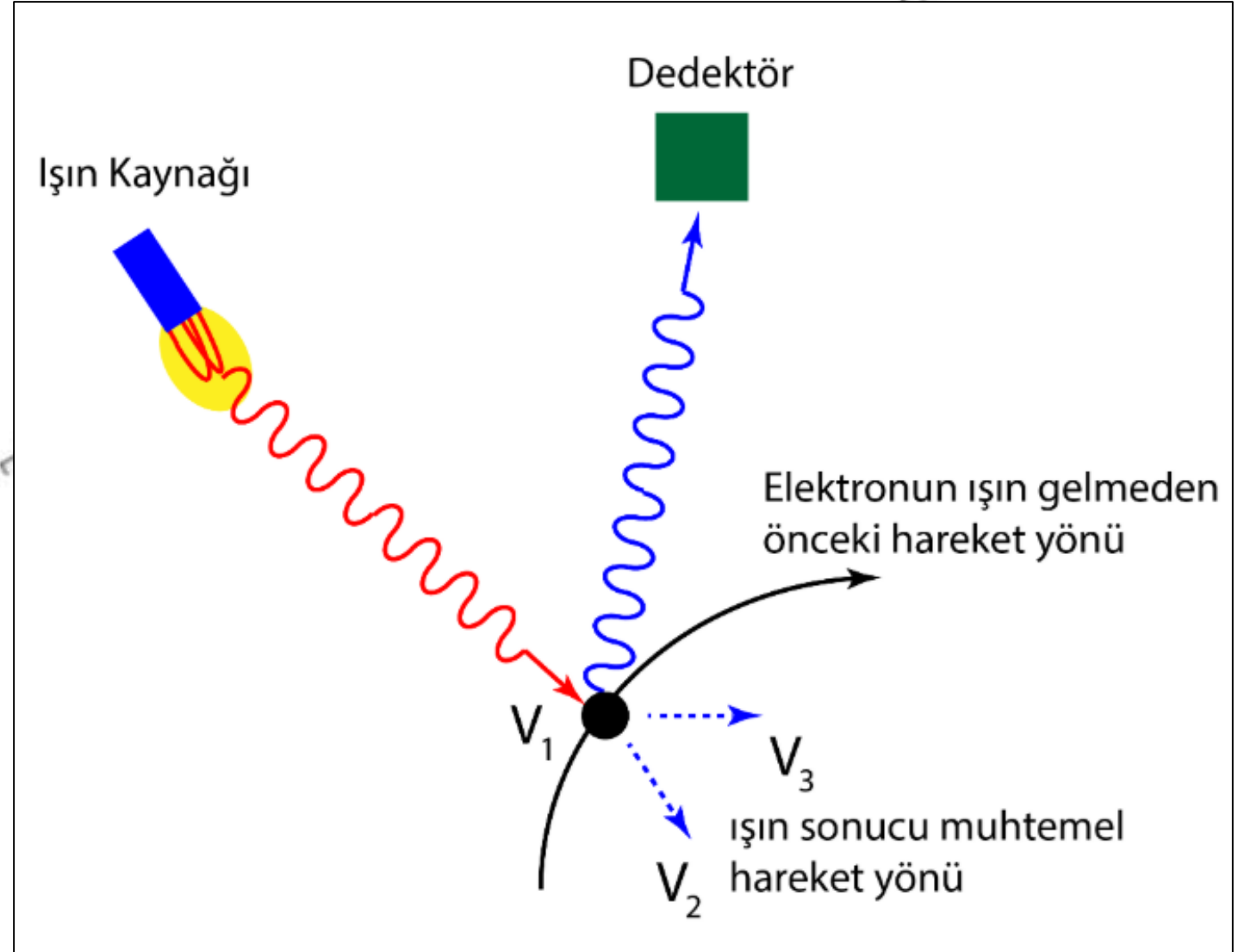
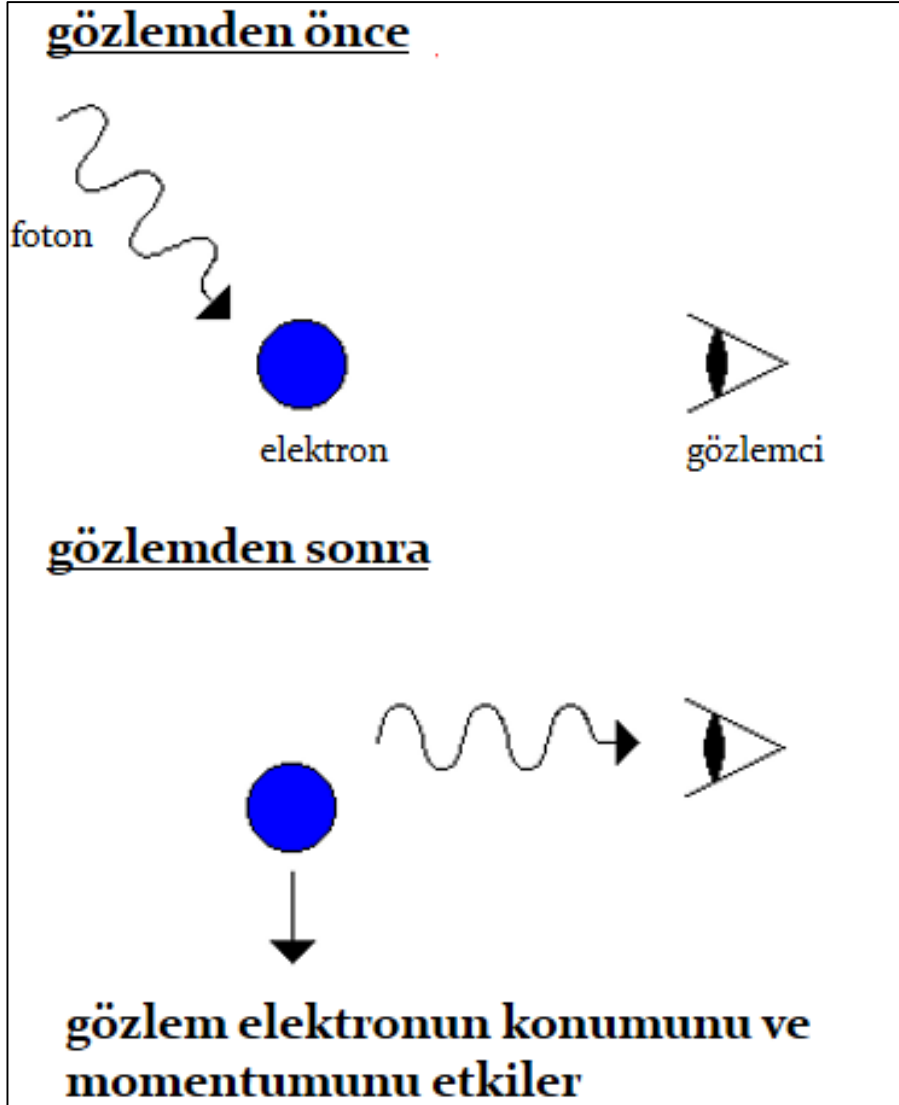
Örneğin, bir elektronun hareketlerini incelediğimizde, elektronun konumunu kesin olarak belirlemek için ona kısa **dalga boyu** yani **yüksek enerjili** bir ışık gönderilir.

(Gönderilen ışığın yansıyarak tekrar gelmesiyle, elektronun konumu belirlenmeye çalışılır.)

Ancak **ışığın** yüksek enerjili olması, elektrona çarptığında onu **etkileyecek**, momentumunu **değiştirecek** ve parçacığın hızı, dolayısıyla konumu **yanlış hesaplanmış** olacaktır.

Yani özetle, atomaltı parçacıkların niceliklerinden birinin kesin olarak bilinmesi, diğer niceliği etkileyecek ve **belirsizliği** artıracaktır.

Kuantum Mekanikte Ölçme Problemi



Mikro Evrenin ikili (Dual) Yapısı

[Louis de Broglie](#)

Schrödinger Dalga Denklemi'ne göre kütleyle dalgaların eşlik etmesi gerçeği kütlenin yani maddenin mikro evrende hem dalga hem de tanecik karakterine sahip olması gerektiği fikrine götürmüştür.



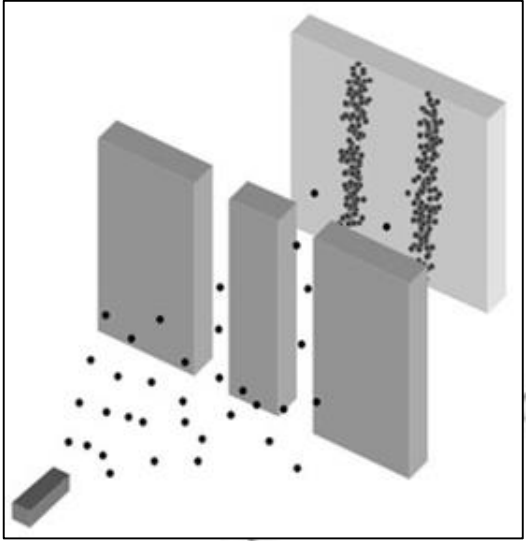
1892-1987

Maddenin bu ikili yapıya sahip olduğunu ortaya koyan **De Broglie** dir. De Broglie'ye göre **kütlenin** hem tanecik hem de dalga karakterinde olduğu gibi, o güne kadar dalga olarak bilinen **ışık**da ikili karaktere sahip olmalıdır yani hem dalga hem de tanecik karakterinde olmalıdır.

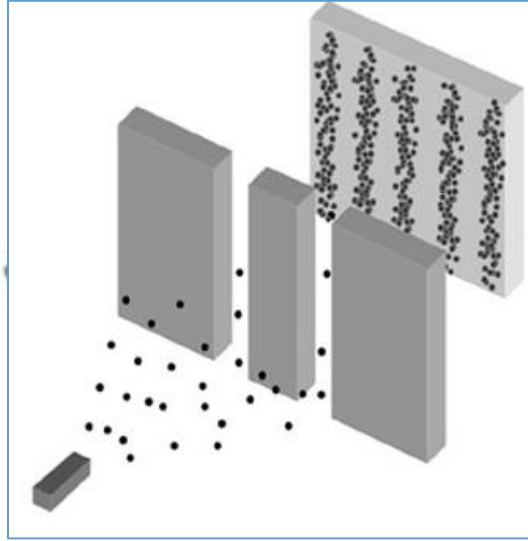
Dalga Parçacık İkiliği

Maddenin ya da ışığın dalga mı yoksa tanecik mi olduğu yaşanan fiziksel olaya bağlıdır.

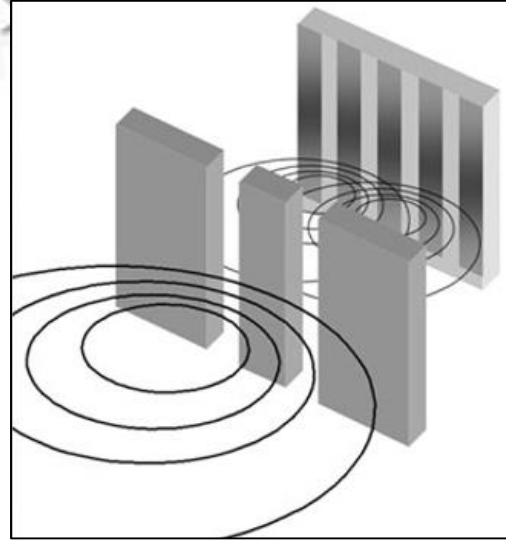
Bu da mikro evrende çok önemlidir. Makro evrende yani örneğin koşmakta olan bir futbolcuya da bir dalga eşlik eder ancak bunun dalgaboyu 10^{-20} m civarında olduğundan hiçbir anlamı yoktur ve bunu asla hissedemeyiz ancak bu dalgalar vardır.



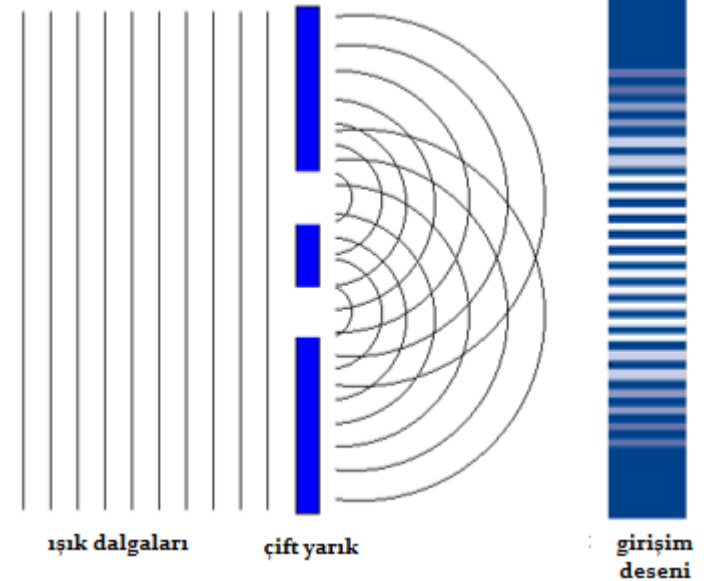
Klasik parçacıklarla
çift yarık deneyi



Elektronlarla çift
yarık deneyi



Dalgalarla çift yarık deneyi



Girişim deseni

Dalga Parçacık İkiliği de Broglie dalga boyu

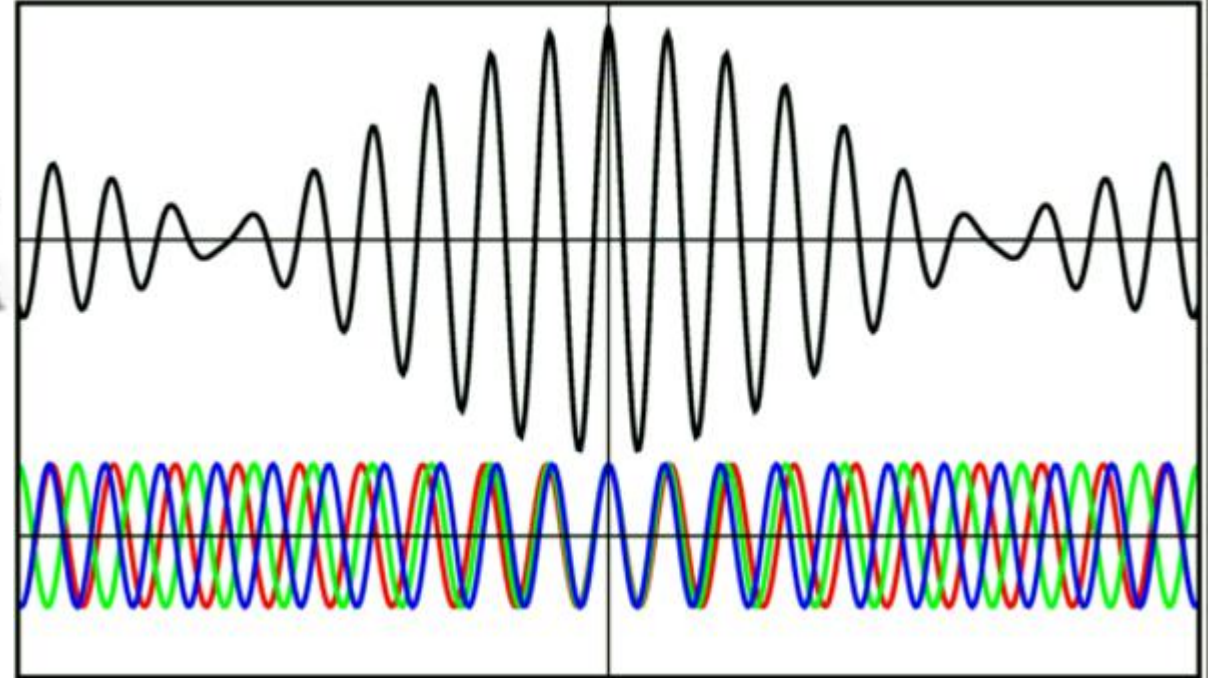
Modern fiziğin gelişiminde önemli yer tutan fotoelektrik olayını, Einstein, ışığı $h\nu$ enerjili paketler (foton) gibi alarak açıklamıştır.

Compton olayı ise fotonların h/λ şeklinde verilen momentumu olduğunu göstermiştir.

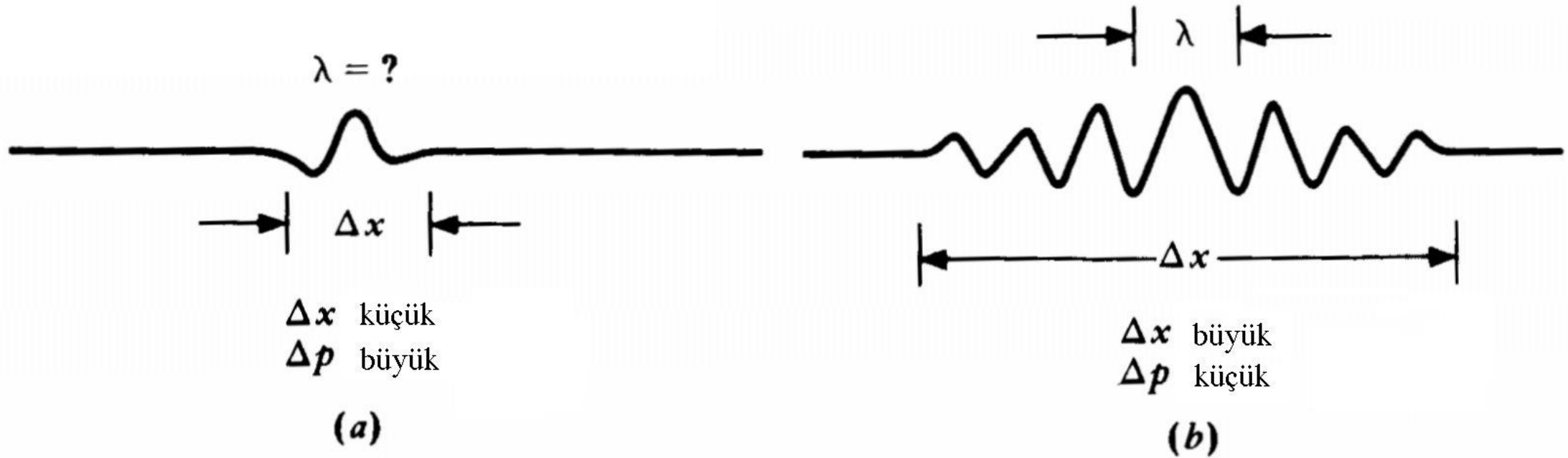
Işığın bazı olaylarda parçacık, bazı olaylarda dalga gibi davranmasını (dualite ya da ikili özellik) göz önüne alarak de Broglie maddesel parçacıkların da dalga davranışı gösterebileceğini ve p momentumlu parçacığın dalga boyunun $\lambda = h/p$ olması gerektiğini öne sürmüştü ve bu öngörü elektronların kristallerdeki kırınımı deneyleri ile doğrulanmıştır.

DALGA PAKETİ

Parçacığı tanımlayan maddesel dalganın uzayın belirli bir bölgesinde yüksek genlikli olması ve bu bölge dışında sönümlenmesi gerekir. Bu, farklı dalga boylarına sahip çok sayıda dalganın üst üste binerek bir bölgede genliği arttırması, diğer bölgelerde ise söndürmesi yolu ile gerçekleşir. Böylece maddesel parçacık ancak bir "dalga paketi" ile tam olarak tanımlanabilir. Dalga paketinin ilerleme hızı parçacığın hızına eşittir.



de Broglie dalga grupları

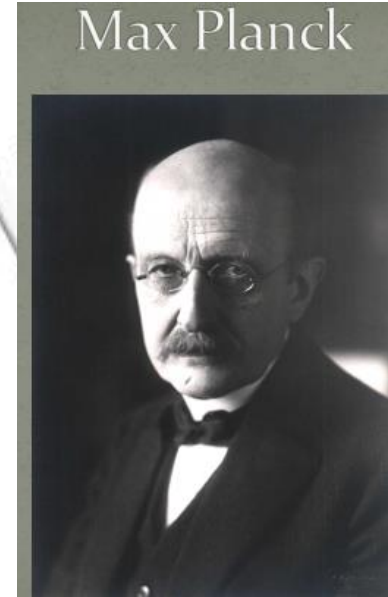


a) Parçacığın yeri belirlenebilir, dalga boyu belirsiz.

b) Dalga boyu belirli, parçacığın konumu belirsiz.

Belirsizliğin boyutu ve büyüklüğü

De Broglie' ye göre bu şekilde hem dalga hem de tanecik karakterinde olan tanecik için λ dalga boyu ile p momentumun çarpımı $h=6.62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$ (Planck sabiti) ne eşit olmalıdır. Belirsizlik de bu boyuttur.



Burada ölçülen belirsizlikler çok küçük olduğundan **yani... 10^{-10} m** ya da **10^{-20} Joule** civarında olduğundan mikro evrende çok önemlidir, oysa makro evrende bu değerler çok çok küçüktür.

Belirsizlik ilkesi

Dalga paketinin Δx gibi bir bölgeye sınırlanmış olması durumunda, paketi oluşturan dalgaların dalga sayıları Δk gibi bir aralığa yayılır ve Fourier dönüşümüne göre

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq \frac{1}{2} \quad (1)$$

dir.

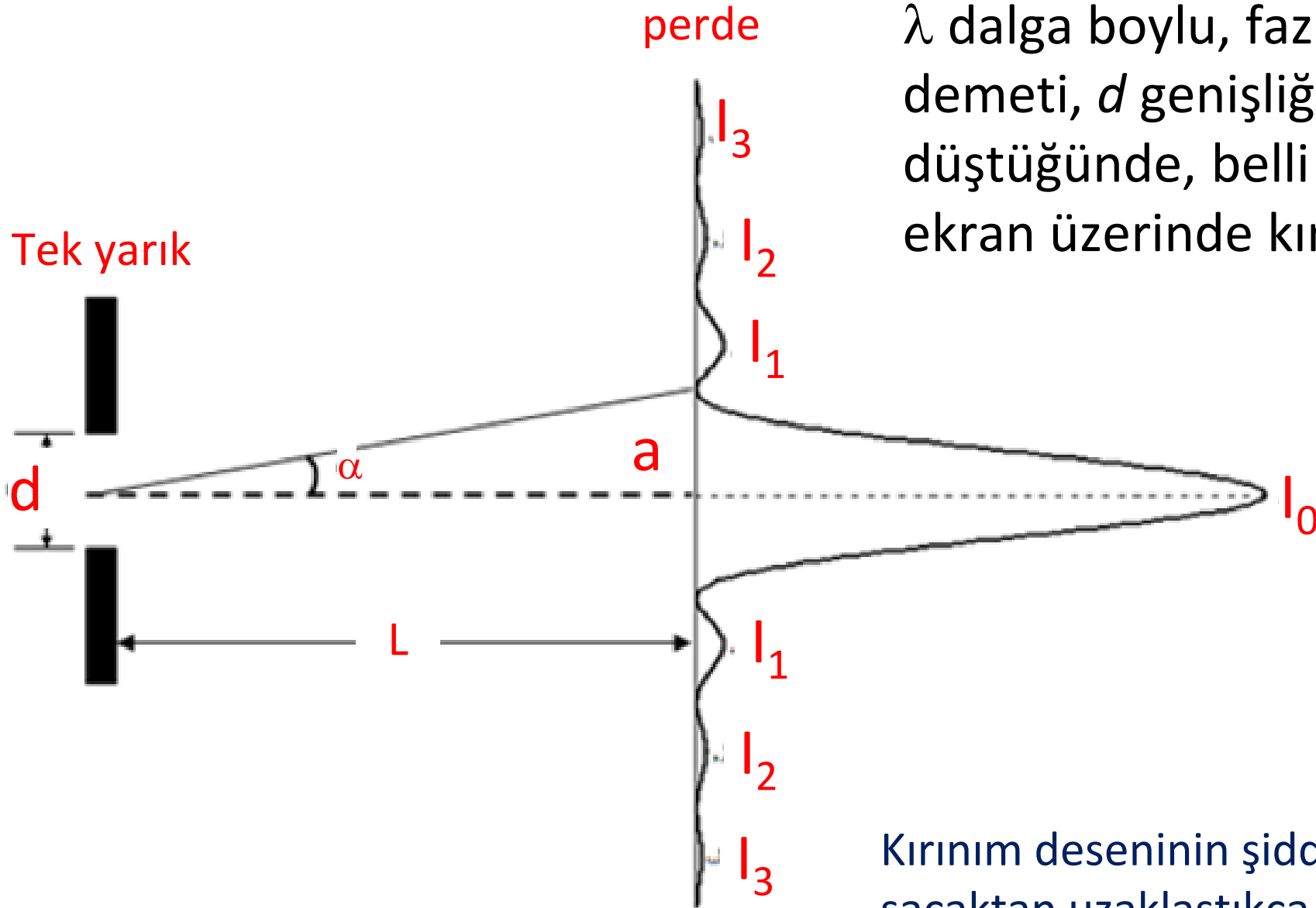
Heisenberg $p = (h/2\pi)k$ ($h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s, Planck sabiti) bağıntısı uyarınca, Δk teriminin parçacığın momentumundaki belirsizliğe karşı geldiği yorumu ile (1) nolu bağıntı

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi} \quad (2)$$

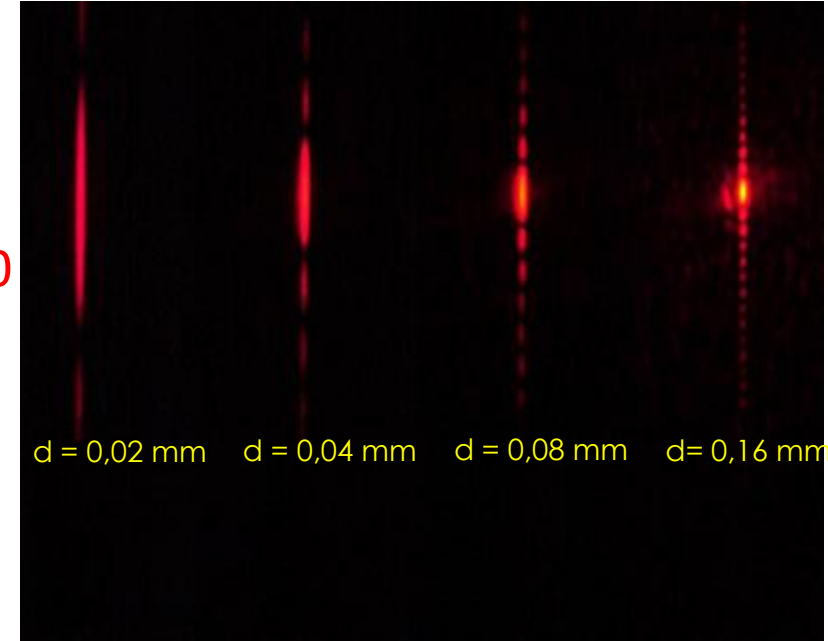
ifadesine dönüşür.

Bu ifade Heisenberg belirsizlik ilkesi olarak ortaya konmuştur. Bu ilke; Bir parçacığın konumu ve momentumundaki belirsizlikler çarpımının Plank sabiti ile verilen bir alt sınırı olduğunu ya da konum ve momentumun aynı anda ölçülemeyeceğini belirtir.

Tek Yarıkta Kırınım



λ dalga boylu, faz uyumlu paralel bir ışık demeti, d genişliğinde tek yarık üzerine düştüğünde, belli bir uzaklığa yerleştirilen ekran üzerinde kırınım deseni oluşur.



Kırınım deseninın şiddeti merkezi aydınlık saçaktan uzaklaştıkça azalmaktadır.

Tek Yarık Kırınım Desenin Dalg Kuramı ile Analizi

Kirchhoff Kırınım Bağıntısı

Şiddet, α sapma açısının fonksiyonu olarak Kirchhoff kırınım bağıntısı uyarınca,

$$I(\alpha) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right]^2 \quad (3)$$

ifadesi ile verilir. Bu ifadenin türetilmesi öğrenciye bırakılmıştır. Burada

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

Karanlık koşulu: Şiddet minimumları $\beta = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, m\pi$ olmak üzere

$$\frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin \alpha = m\pi \quad \Rightarrow \quad d \sin \alpha = m\lambda \quad (5)$$

koşulunu sağlayan α açılarında gerçekleşir.

Aydınlık Koşulu :

- Merkezi aydınlık : $\beta = \mp\pi$ değerleri arasında maksimum şiddeti I_0 olan geniş bir aydınlık pik oluşur.

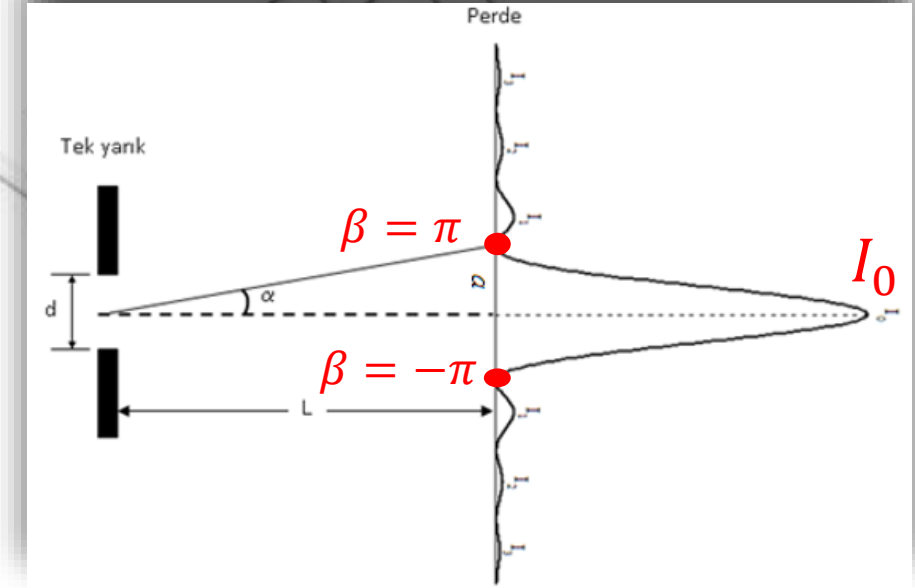
Minimum şiddet değerleri arasında

$$\beta = 3 \left(\frac{\pi}{2} \right), 5 \left(\frac{\pi}{2} \right), 7 \left(\frac{\pi}{2} \right), \dots, \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi$$

$$d \sin \alpha = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

koşulunu sağlayan α açılarında ise diğer maksimumlar oluşur.

Ancak, bu koşul merkezi aydınlık saçaktan çok uzaktaki aydınlık saçaklar için doğrudur. Merkezi aydınlık saçığa yakın olan aydınlık saçaklar (örneğin 1. 2. ve 3. aydınlık saçaklar) için yaklaşık doğrudur.



Dalga Kuramı

Aydınlık Koşulunu sağlayan β_m açıları

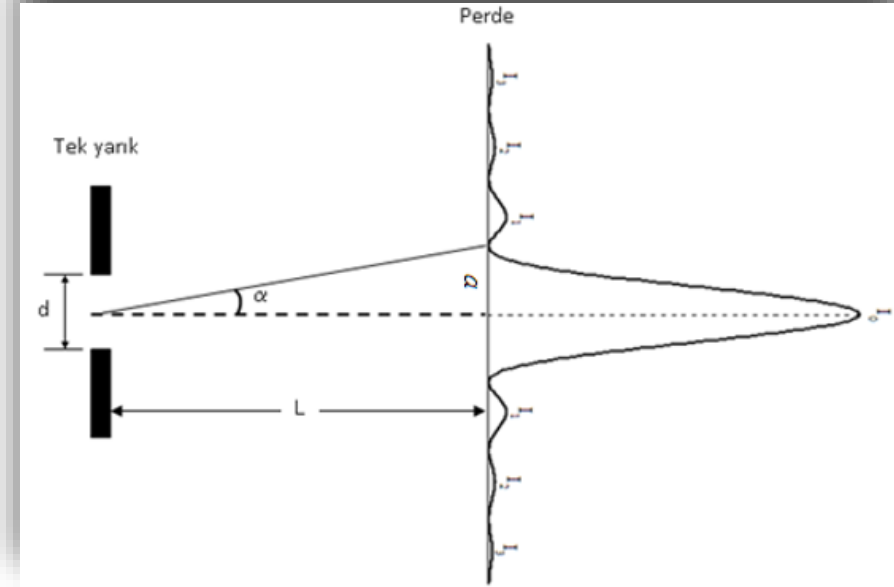
Şiddetin maksimum olduğu β açıları ve dolayısı ile de α sapma açıları, (3) bağıntısının β ' ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenerek bulunur.

Bu yolla elde edilen eşitlik ve bu eşitliğin çözüm kümesi

$$\frac{dI}{d\beta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan \beta_m = \beta_m$$

$$\beta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi}$$

ifadelerine sahiptir.



Şiddet Maksimumlarının bulunması

$$I(\alpha) = I(0) \cdot \left[\frac{\sin(\beta)}{\beta} \right]^2 \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$$

Merkezi Aydınlik $\beta = 0 \Rightarrow \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) = 1 \Rightarrow I(0) = I_0$

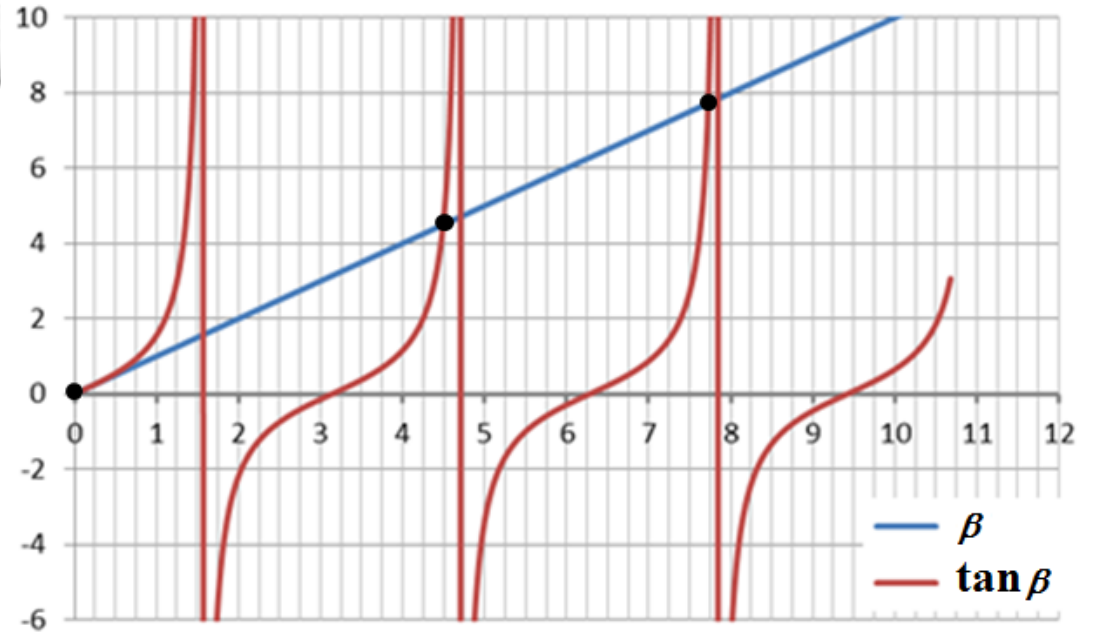
Diğer Aydınliklar

$$\frac{dI}{d\beta} = 0$$

$$\tan(\beta) = \beta$$

$$f_1 = \tan(\beta)$$

$$f_2 = \beta$$



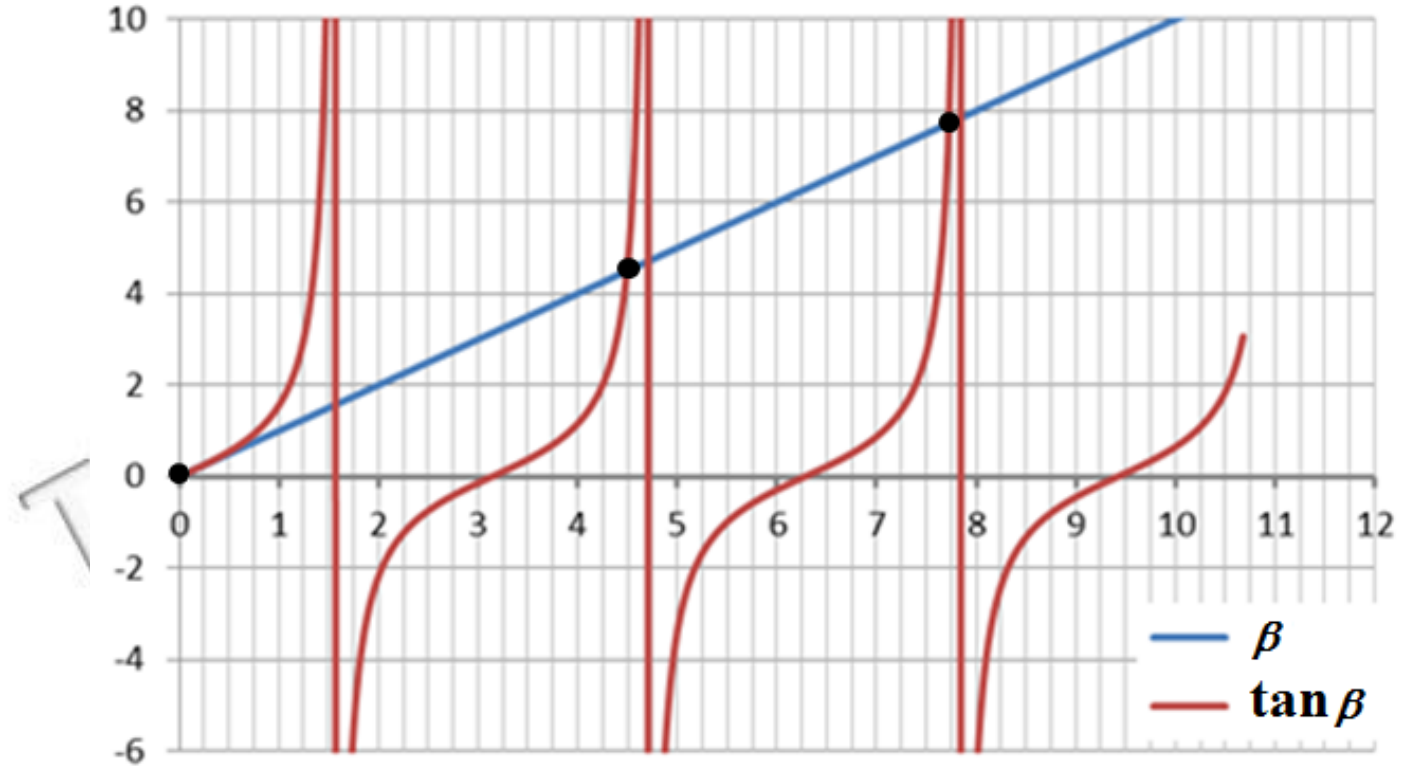
Şiddet Maksimumlarının bulunması

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$$

Kesişim Noktaları

$$\beta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$



$$d \sin \alpha = \left\{ \left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi^2} \right\} \lambda$$

Kuramsal Konumlar

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$$

Karanlık Saçakların Konumları

$$d \sin \alpha = m \lambda$$



$$\alpha_{\min,1} = \sin^{-1} \left(1 \frac{\lambda}{d} \right)$$
$$\alpha_{\min,2} = \sin^{-1} \left(2 \frac{\lambda}{d} \right)$$

Aydınlık Saçakların Konumları

$$d \sin \alpha = \left\{ \left(m + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2} \right) \pi^2} \right\} \lambda$$



$$\alpha_{\max,1} = \sin^{-1} \left(1,432 \frac{\lambda}{d} \right)$$
$$\alpha_{\max,2} = \sin^{-1} \left(2,459 \frac{\lambda}{d} \right)$$

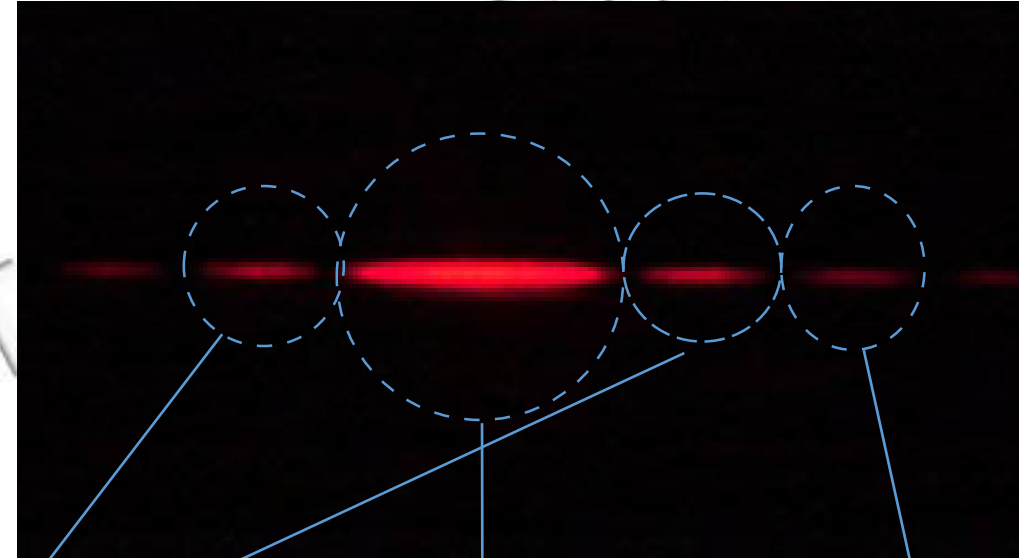
Kuramsal Şiddetler

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha$$

$$\beta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \pi - \frac{1}{\left(m + \frac{1}{2}\right) \pi}$$

$$I(\alpha) = I_0 \left[\frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2$$

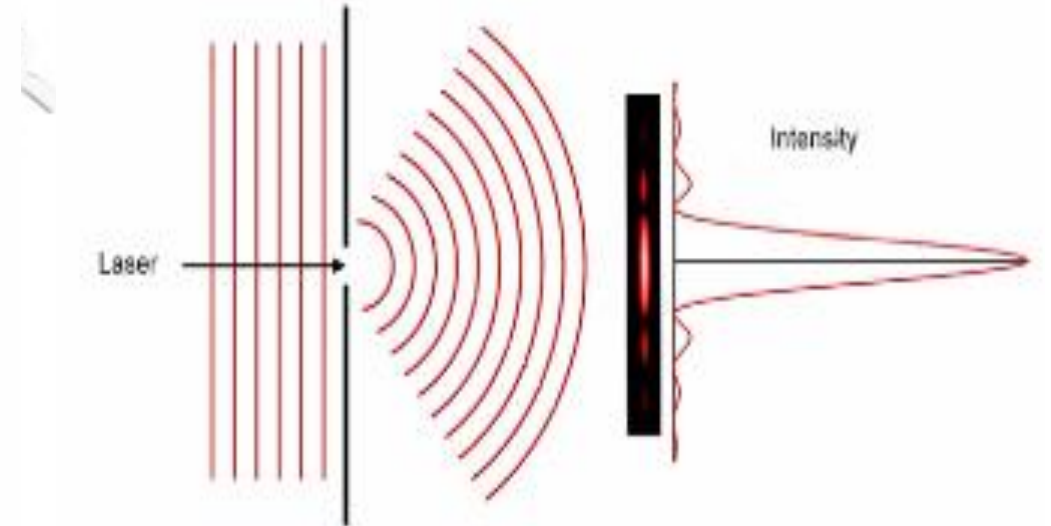
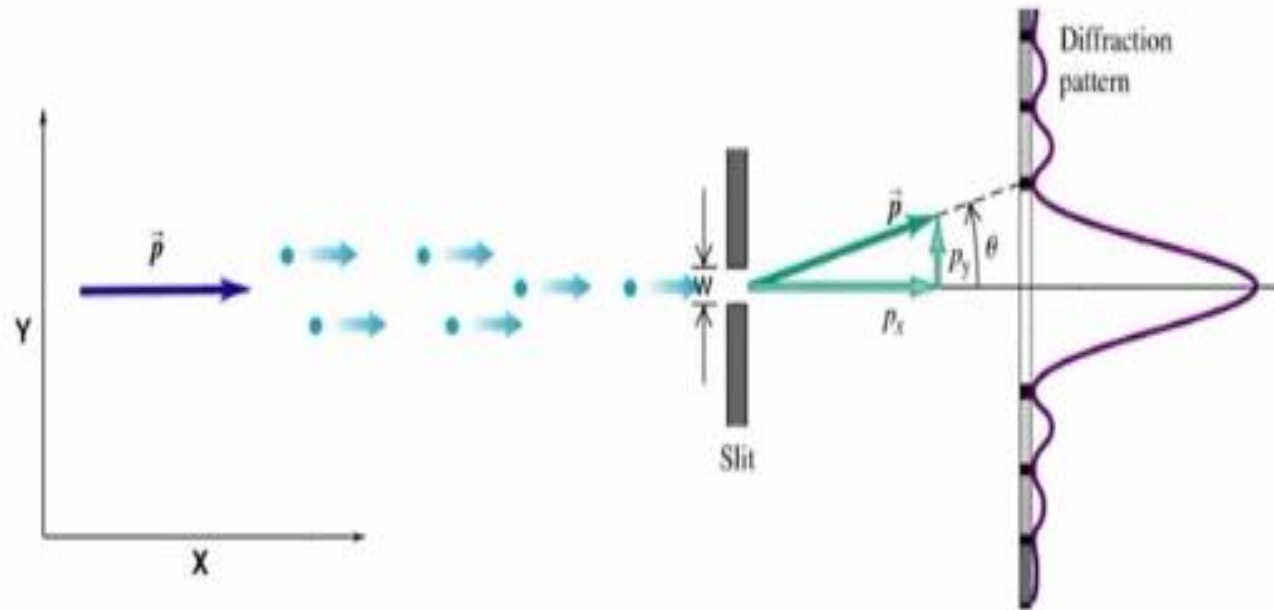
Aydınlık Saçak Şiddetleri



$$I(\alpha_{\max,1}) = 0,0472 I_0$$

$$I(\alpha_{\max,2}) = 0,0165 I_0$$

Kuantum Mekaniksel Açıdan gözlemler:



Heisenberg Belirsizlik İlkesi

Uncertainty Principle
for the x axis:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Uncertainty Principle
for the y axis:

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

Uncertainty Principle
for the z axis:

$$\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Kuantum Mekaniksel Açıdan gözlemler:

Heisenberg belirsizlik ilkesi, kuantum fiziğinde, bir parçacığın konum ve momentumunun aynı anda kesin bir doğrulukla belirlenemeyeceğini belirtir. Δy ve Δp_y sırasıyla parçacığın konumdaki ve momentumdaki belirsizlikler olmak üzere, Heisenberg belirsizlik ilkesi,

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{h}{4\pi} \quad (13)$$

ile verilir. Genişliği d olan bir yarıktan geçen fotonlar için konumdaki belirsizlik

$$\Delta y = d \quad (14)$$

dir.

Fotonlar yarığa ulaşmadan önce yarığa dik doğrultuda (x-doğrultusu) hareket ederler. Ancak yarıktan geçtikten sonra y doğrultusunda da hareket bileşeni kazanırlar.

Kırınım Deseninden Heisenberg Belirsizlik İlkesinin İspatı

Hızdaki belirsizliği : $\Delta v_y = c \cdot \sin(\alpha_{1min})$ (15)

İfadedeki c fotonun hızıdır. Fotona karşılık gelen parçacığın kütlesi m alınırsa,

momentumdaki belirsizlik : $\Delta p_y = m \cdot c \cdot \sin(\alpha_{1min})$ (16)

Parçacığın momentumu ile dalga boyu arasındaki ilişkiden

$$\frac{h}{\lambda} = p = m \cdot c \quad (17)$$

olur.

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin(\alpha_{1min}) \quad (18)$$

Karanlık saçak şartından birinci minimum için sapma açısı

$$\sin(\alpha_{1min}) = \frac{\lambda}{d} \quad (19)$$

ile verilir.

Birinci minimum için Belirsizlik ilkesi ıspatı:

$$\Delta y = d$$

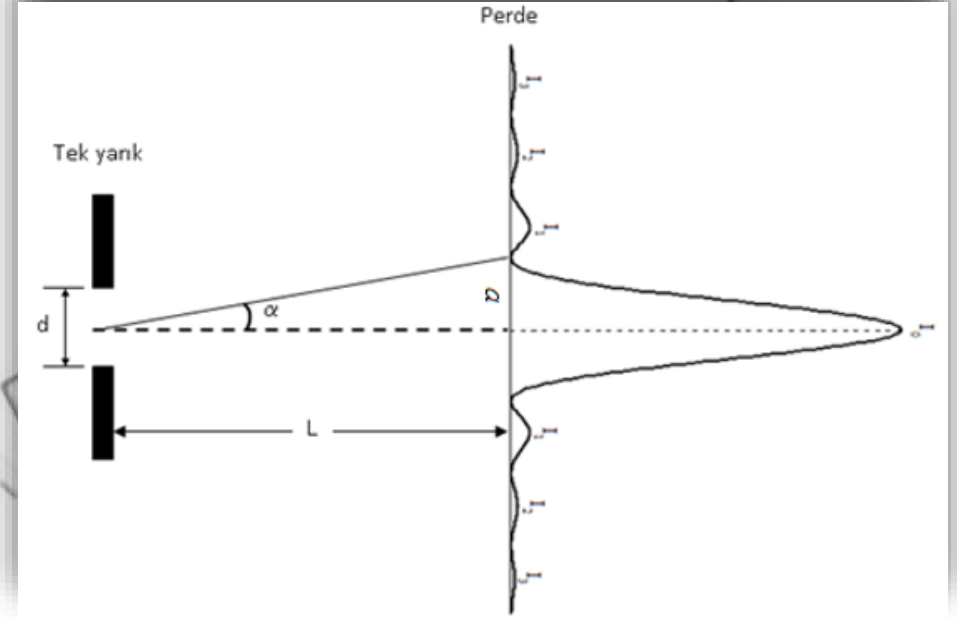
$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin(\alpha_{1min})$$

$$\sin(\alpha_{1min}) = \frac{\lambda}{d}$$

bağıntıları birlikte kullanıldıklarında, konum ve momentumdaki belirsizliklerin çarpımı için

$$\Delta y \cdot \Delta p_y = d \cdot \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{d} = h$$

sonucu elde edilir.



(20)

Birinci minimum için Belirsizlik ilkesinin Deneysel İspatı:

Deneysel olarak elde edilen kırınım deseninden, ilk minimumun sapma açısı,

$$\tan(\alpha_{1min}) = \frac{x_{1min}}{L} \quad (21)$$

bağıntısında elde edilir. Bu ifade $\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin(\alpha_{1min})$ eşitliğinde yerine konursa, birinci karanlık saçak için momentumdaki belirsizlik

$$\Delta p_y = \frac{h}{\lambda} \cdot \sin \left[\arctan \left(\frac{x_{1min}}{L} \right) \right] \quad (22)$$

olur. Bu bağıntı $\Delta y \cdot \Delta p_y = d \cdot \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{d} = h$ eşitliğinde kullanılırsa,

$$\Delta y \cdot \Delta p_y = h \Rightarrow d \cdot \frac{h}{\lambda} \cdot \sin \left[\arctan \left(\frac{x_{1min}}{L} \right) \right] = h$$

$$\frac{d}{\lambda} \cdot \sin \left[\arctan \left(\frac{x_{1min}}{L} \right) \right] = 1 \quad (23)$$

sonucuna ulaşılır. Ölçüm sonuçlarının bu bağıntıyı sağlaması durumunda, Heisenberg belirsizlik ilkesi doğrulanmış olacaktır.