

Prof. Dr. Leyla YILDIRIM

FİZ-217 Titreşimler ve Dalgalar

ders notlarından alınmıştır.

GİRİŞİM

Girişim: İki veya daha fazla dalganın uzayda aynı noktada birleştiği her durum için geçerlidir. Böyle bir durum üst üste binme (süperpozisyon) ilkesiyle belirlenir.

Üst Üste Binme İlkesi: İki veya daha fazla dalga uzayda bir araya gelirse, herhangi bir noktada ve herhangi bir anda oluşan **yer değiştirme**, dalgaların her birinin o noktada ve o anda tek başına sahip olacağı yer değiştirmelerin toplanmasıyla bulunur.

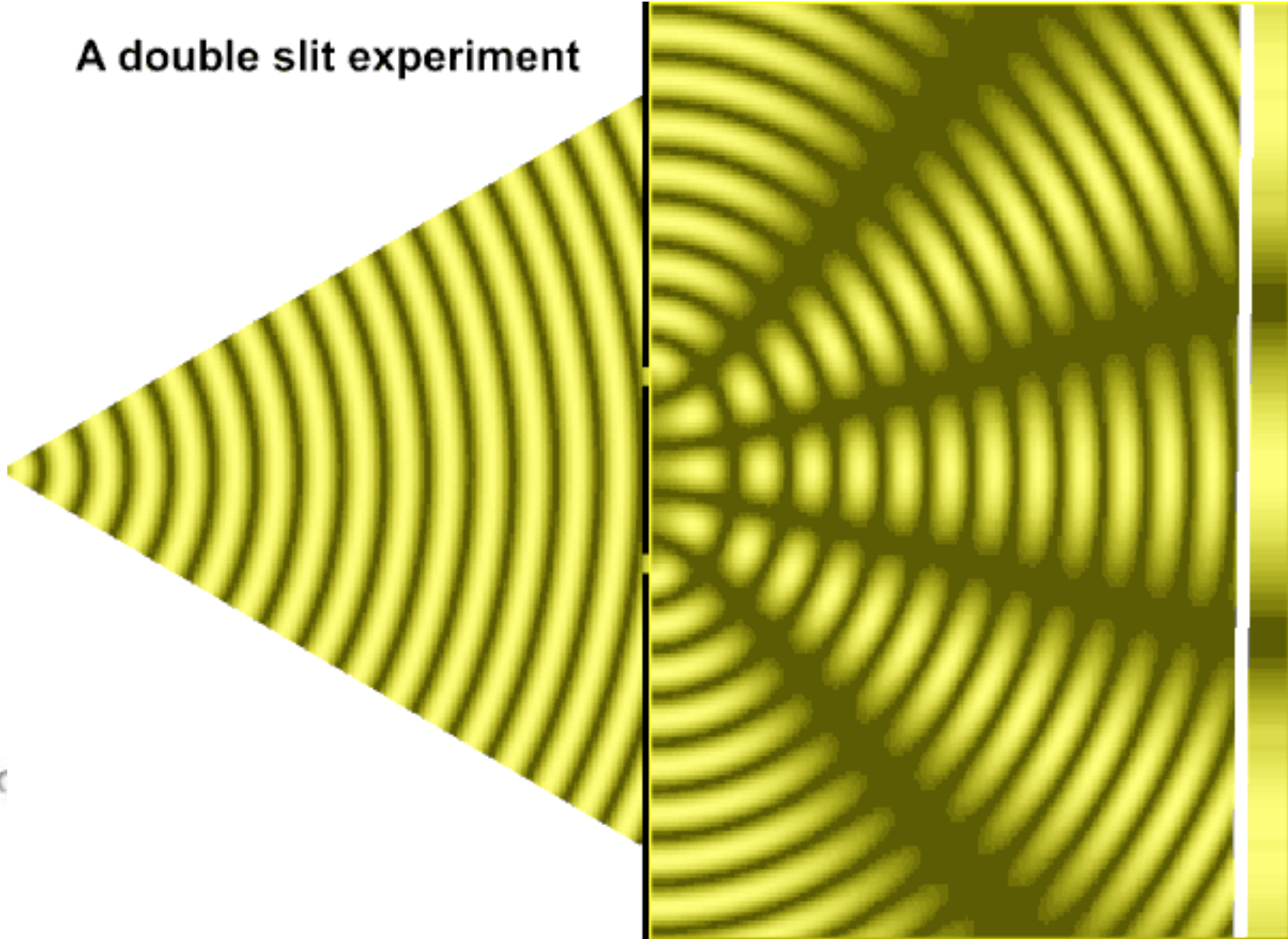
Girişim etkileri en kolay f frekanslı ve λ dalga boylu iki sinüzoidal dalganın birleşmesinde görülür.

Optikte sinüzoidal dalgalar **tek renkli** ışığı tarif eder. Tek renkli ışık üretmek zordur. Bunun için bazı özel filtreler kullanılır. Tekrenkli ışığa en yakın kaynak lazerlerdir. He-Ne lazerinin dalga boyu 632,8 nm dir.

Faz Uyumluluğu (coherent): Aynı frekansa ve **belirli ve sabit** bir faz ilişkisine sahip (*aynı fazda olmak zorunda değil*) tekrenkli iki ışık kaynağı faz uyumlu (coherent) olarak tanımlanır.

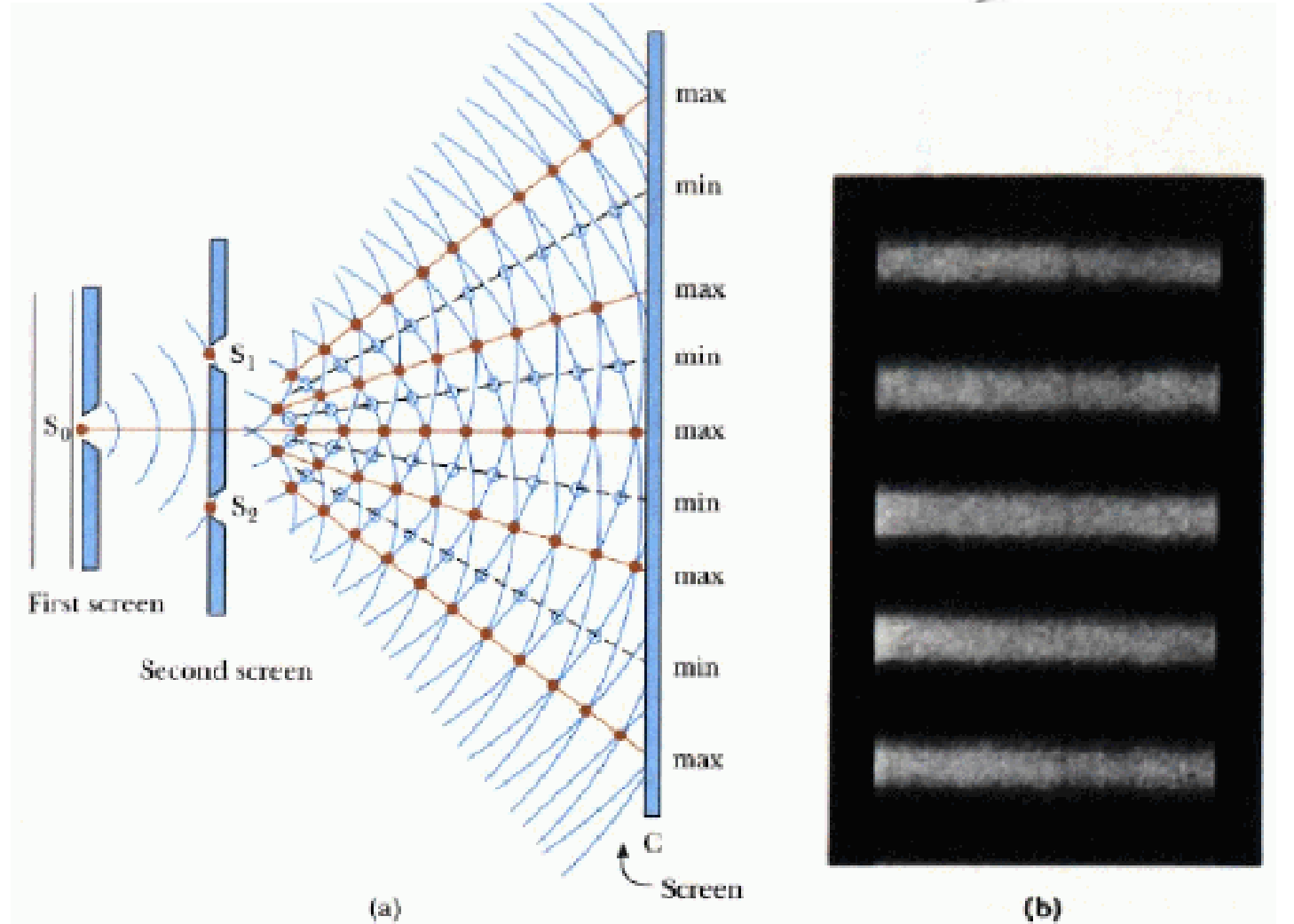
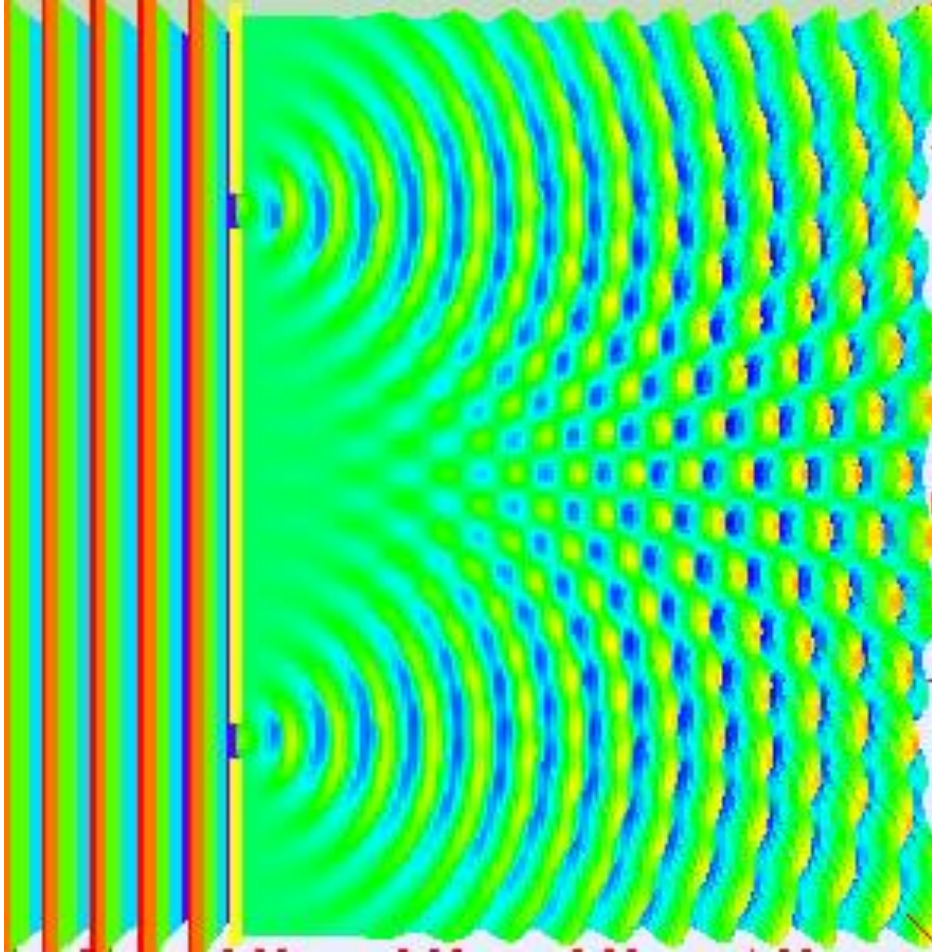
Çift Yarıktaki Girişim (Young Deneyi)

A double slit experiment



Prof.

Çift Yarıktaki Girişim (Young Deneyi)



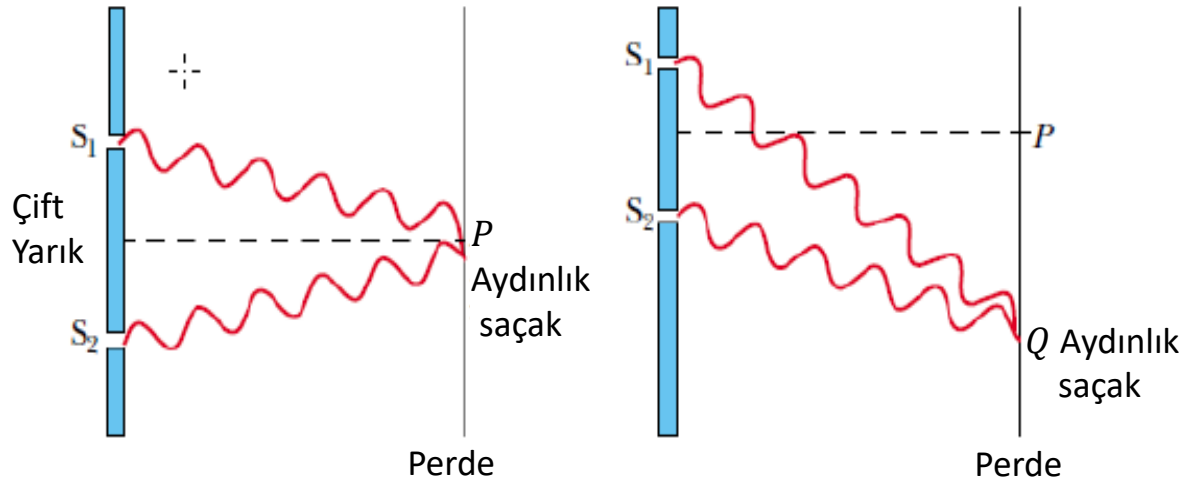
Young's double slit experiment

Yapıcı Girişim

İki veya daha fazla kaynaktan çıkan dalgalar bir noktaya aynı fazda geldikleri zaman oluşan dalga'nın genliği her bir dalga'nın genliğinin toplamına eşittir; dalgalar birbirlerini güçlendirirler. Bu olaya *yapıcı girişim* denir (Şekil-1).

Yapıcı girişim oluşan noktalara **karın noktaları** denir.

S_1 'den perde üzerindeki P noktasına uzaklık r_1 , S_2 'den perde üzerindeki P noktasına olan uzaklık ise r_2 olsun.



Şekil-1. Yapıcı girişim.

P noktasında yapıcı girişim olması için iki kaynaktan gelen dalgaların *yol farkı* $r_2 - r_1$, dalga boyunun *tamsayı katı* olmalıdır:

$$r_2 - r_1 = m \lambda$$

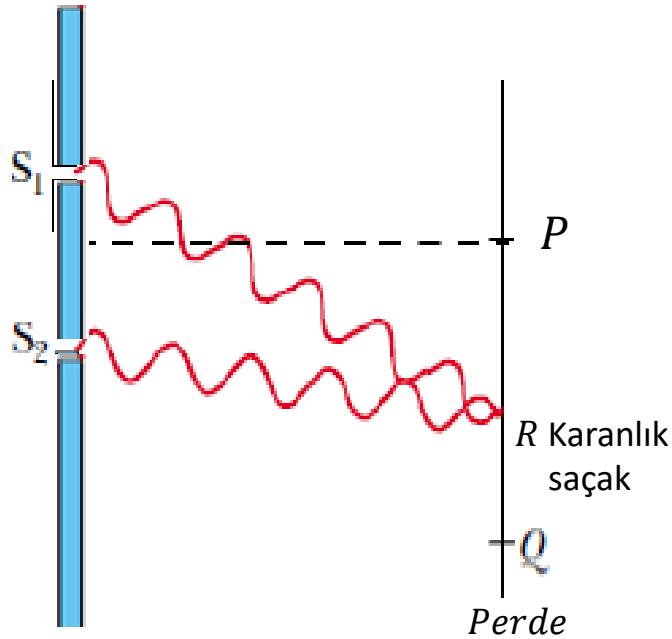
$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Yıkıcı Girişim

İki veya daha fazla kaynaktan çıkan dalgalar bir noktaya yarım periyot faz farkı ile geldikleri zaman bir dalga'nın tepesi diğ'erin'ın çukuru aynı anda bu noktaya ulaşır.

Oluşan genlik iki genliğin farkıdır. Genlikler eşit ise toplam genlik sıfır olur.

Tek tek dalgaların tamamen veya kısmen söndürölme olayına *yıkıcı girişim* denir (Şekil-2). Yıkıcı girişim oluşan noktalara **düğüm noktaları** denir.



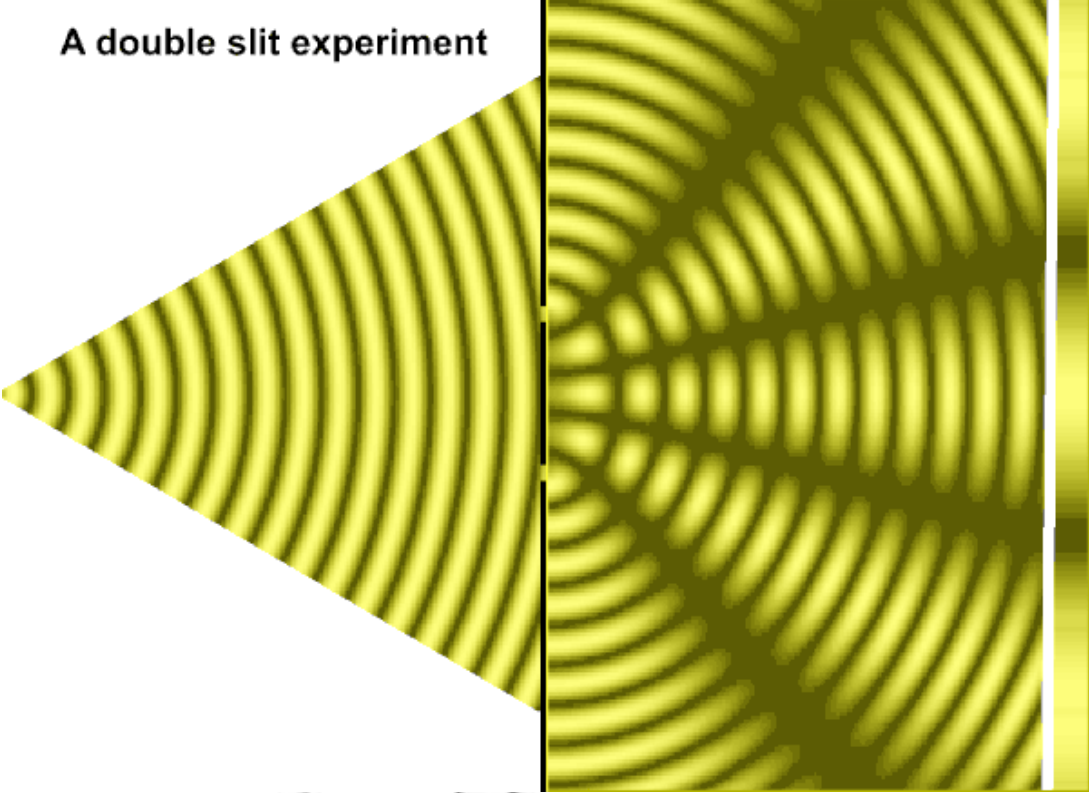
Ekrandaki bir R noktasında yıkıcı girişim olması için iki kaynağın *yol farkı* $r_2 - r_1$, yarım dalga boyunun ($\lambda/2$) *tek katı* olmalıdır:

$$r_2 - r_1 = (2m + 1) \lambda/2$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Şekil-2 Yıkıcı girişim.

A double slit experiment

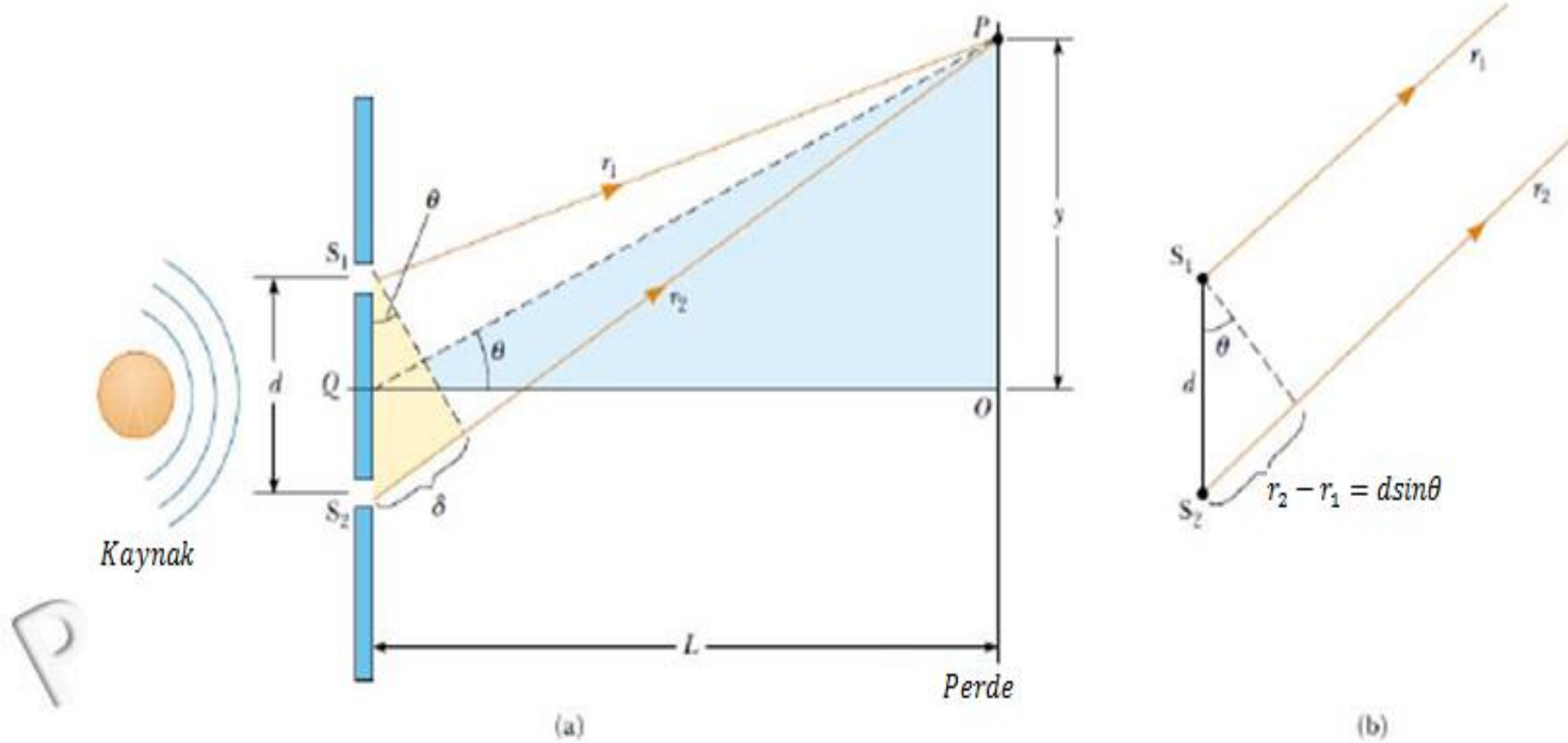


Girişim desenleri duran dalgalar değildir.

Duran dalgada girişim zıt yönde yayılan iki dalga arasındadır ve değişmeyen bir karın ve düğüm deseni oluşur, iki yönde de net bir enerji akışı yoktur.

Şekil-3'de, oldukça dar ve eşit S_1 ve S_2 yarıklarına yaklaşan bir dalga cephesi gösterilmiştir. Basitleştirmek açısından, bu yarıkların orijinal dalga kaynağı olarak davranan bir noktadan eşit uzaklıklarda olduğunu varsayacağız.

Böylece S_1 ve S_2 ikincil kaynakları *aynı fazda olurlar.*



Şekil-7. Çift yarıқта girişim.

S_1 ve S_2 kaynaklarından P noktasına gelen genlikleri farklıdır. Bunun iki nedeni vardır:

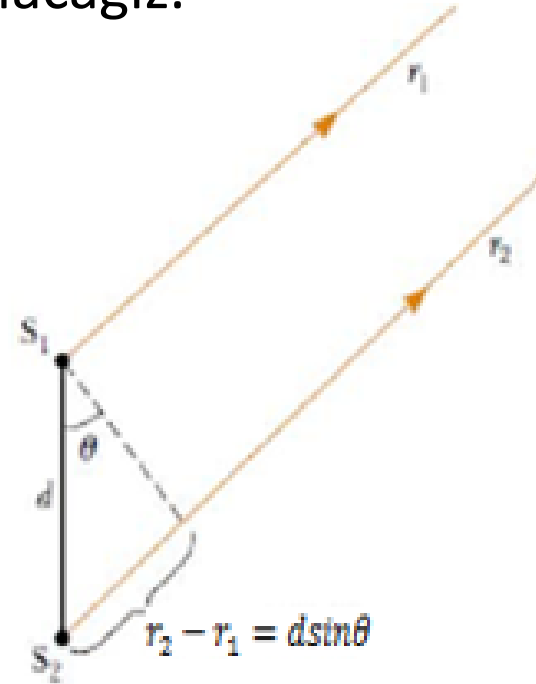
r_1 ve r_2 uzaklıkları farklıdır ve dairesel genişleyen bir dalganın genliği kaynaktan uzaklaştıkça azalır.

Burada S_1 ve S_2 ikincil kaynakları arasındaki d uzaklığının, r_1 ve r_2 uzaklıkları ile karşılaştırdığında *çok küçük* olduğu durumu ele alacağız.

S_1 ve S_2 kaynaklarından çıkan dalgalar

$$y_1(t, r_1) = A_1 \cos(k r_1 - \omega t)$$

$$y_2(t, r_2) = A_2 \cos(k r_2 - \omega t)$$



Perde üzerinde P gibi herhangi bir noktada zamanın fonksiyonu olarak yer değiştirme ifadesi ,

$$y_p(t) = A_1 \cos(k r_1 - \omega t) + A_2 \cos(k r_2 - \omega t)$$

şeklinde yazılabilir

P noktası S1 ve S2 kaynaklarından *uzakta alındığında*

S_1 ve S_2 kaynaklarından çıkan dalgaların *genliklerini eşit* alabiliriz

$$(A_1 = A_2 = A_0) .$$

Bu durumda

$$y_p(t) = A_0 [\cos(k r_1 - \omega t) + \cos(k r_2 - \omega t)]$$

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

Yıkıcı Girişim

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

Eşitlikteki $\cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right]$ çarpanını **sıfır** yapan yerlerde **yıkıcı girişim** (düğüm noktaları) olacaktır.

Bu çarpanın sıfır olabilmesi için

$$k \frac{r_2 - r_1}{2} = (2m + 1) \frac{\pi}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$r_2 - r_1 = (2m + 1) \pi / k = (2m + 1) \pi / (2\pi / \lambda) = (m + 1/2) \lambda$$

$$r_2 - r_1 = (m + 1/2) \lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (Düğüm noktaları)}$$

Yapıcı Girişim

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

Belli uzaklıklarda bileşke yer değiştirmenin maksimum olduğu noktalar vardır.

Bunun için $\cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right]$ çarpanı maksimum olmalıdır yani,

$$k (r_2 - r_1)/2 = m\pi$$

$$r_2 - r_1 = 2m\pi/k = \frac{2m\pi}{2\pi/\lambda} = m\lambda$$

$$r_2 - r_1 = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (Girişimin Maksimumları)}$$

Yol farkı-faz farkı ilişkisi:

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

Girişim koşullarını yol farkları yerine faz farkları cinsinden de yazabiliriz.

İki sinyal arasındaki faz farkı: $\varphi = k (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$

Faz farkı φ , $r_2 - r_1$ yol farkına ve λ dalga boyuna bağlıdır.

Bileşke dalganın yer değiştirme ifadesindeki $\cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right]$ çarpanını faz farkı cinsinden yazabiliriz:

$$\cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] = \cos (\varphi/2)$$

Bu çarpanı maksimum yapan faz farkı $\cos(\varphi/2) = \pm 1$ olduğunda gerçekleşir, yani

$$\varphi/2 = m\pi$$

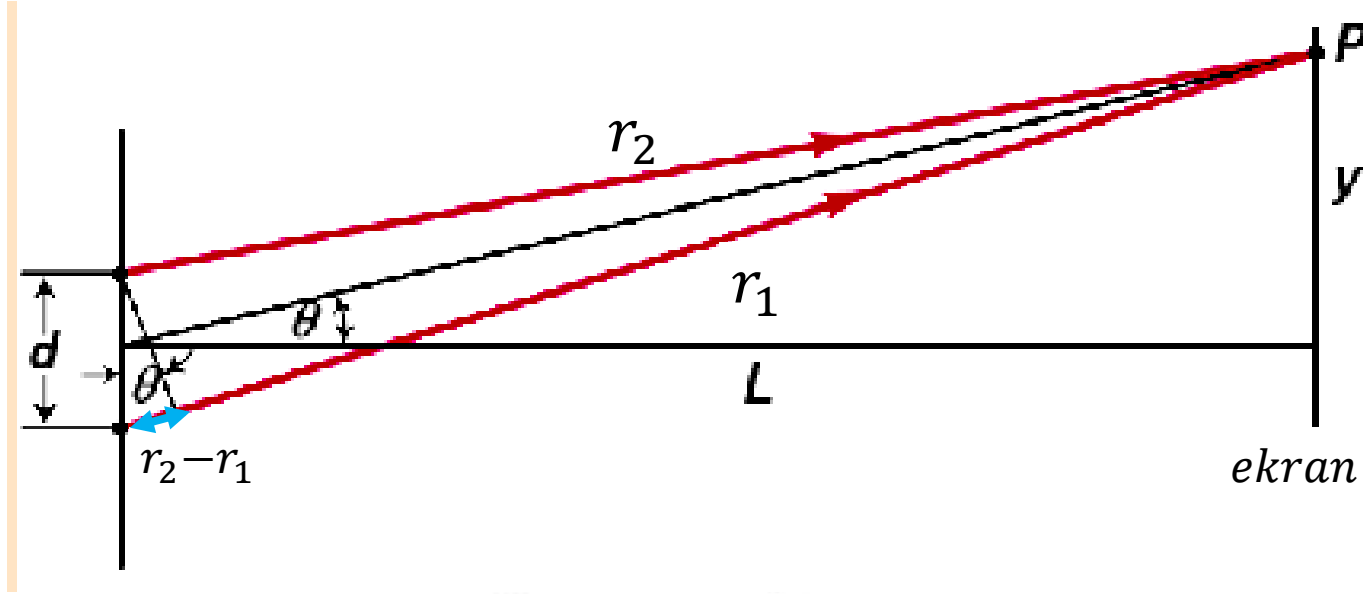
$$\varphi = 2m\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (yapıcı girişim)}$$

Yıkıcı girişim ise bu çarpanı minimum yapan faz farkı $\cos(\varphi/2) = 0$ olduğunda gerçekleşir,

$$\varphi/2 = (2m + 1) (\pi/2)$$

$$\varphi = (2m + 1)\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ (yıkıcı girişim)}$$

Yarıkların perdeye olan L uzaklığının yarıklar arası uzaklık olan d 'den çok büyük olduğunu kabul edersek dalgalar arası yol farkını



$$r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

Bu durumda **yapıcı girişim şartı** (Görünür ışıkla yaptığınız deneylerde aydınlık bantlar) için

$$d \sin \theta = m \lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Yıkıcı girişim şartı (Görünür ışıkla yaptığınız deneylerde **karanlık bantlar**) için

$$d \sin \theta = (m + 1/2) \lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos \left[k \frac{r_2 - r_1}{2} \right] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

$$r_2 - r_1 = d \sin \theta$$

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos [k d \sin \theta / 2] \cos \left[k \frac{r_2 + r_1}{2} - \omega t \right]$$

Bu durumda bileşke dalganın herhangi bir doğrultudaki genliği için

$$A(\theta) = 2 A_0 \cos [k d \sin \theta / 2] = 2 A_0 \cos [\pi d \sin \theta / \lambda]$$

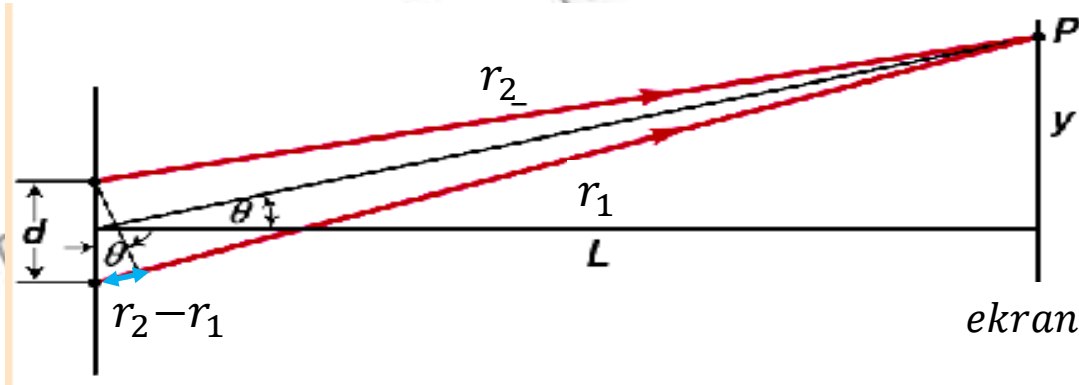
Perdedeki aydınlık bantların merkeze uzaklığı

$$y_m = L \tan \theta_m$$

Bu tür deneylerde y_m mesafesi genellikle L mesafesinden çok küçüktür. Dolayısıyla

$$\frac{y_m}{L} = \tan \theta_m \approx \sin \theta_m = m \lambda / d$$

Aydınlık saçaklar için L , d ve y_m ölçülebilir ve buradan dalga boyu λ 'nın değeri hesaplanır.



Young deneyi ışığın dalga boyunun ilk olarak ölçüldüğü deneydir.

ardışık maksimumlar arasındaki mesafe= $L\lambda/d$

Ardışık aydınlık bantlar arası mesafe, d ile ters orantılıdır. Yarıklar birbirine yaklaştıkça desen dışı doğru yayılır. Yarıklar uzaklaşırsa bantlar birbirlerine yaklaşırlar.

$$y_p(t) = 2 A_0 \cos[\pi d \sin \theta / \lambda] \cos[\pi r \lambda - \omega t]$$

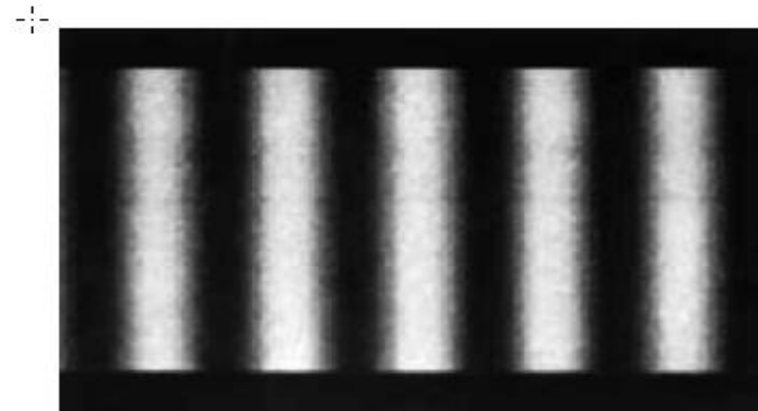
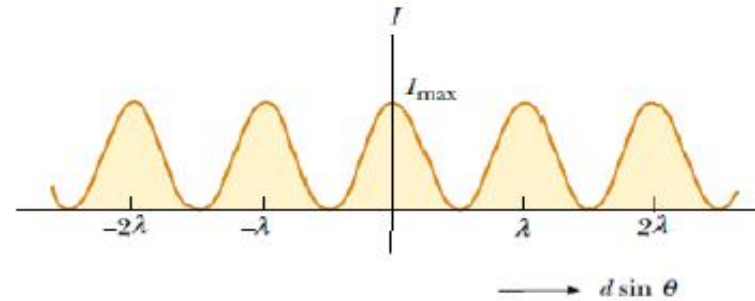
şiddet: $I = [y_p(t)]^2 = 4[A_0]^2 \cos^2\left[\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right] \cos^2[\pi r \lambda - \omega t]$

$$y = L \tan \theta = L \lambda / d$$

$$d \sin \theta = m \lambda$$

$$I = I_0 \cos^2(kd y / 2L) = I_0 \cos^2(\pi d y / \lambda L)$$

$$I_0 = 4A_0^2 \cos^2\left[\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right]$$



Şekil-4

ÇOK YARIKTA GİRİŞİM

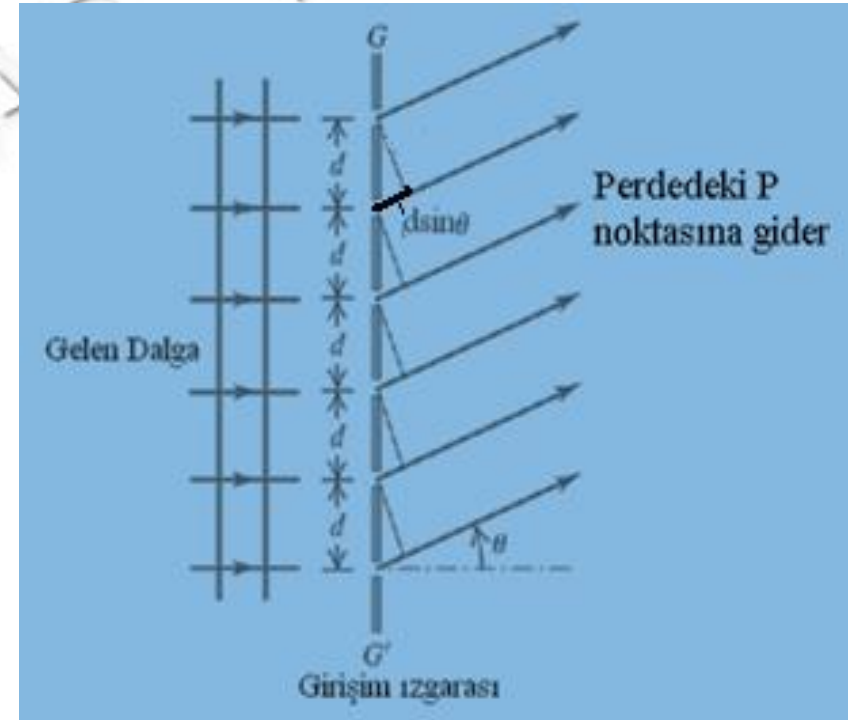
Birbirlerinden eşit uzaklıklarda yerleşmiş N tane yarığa sahip bir düzenlemenin (**Girişim ızgarası**) girişim desenini analiz edeceğiz.

Çift yarıкта olduğu gibi, yarıkların eşit ve oldukça küçük genişliğe sahip olduklarını kabul edeceğiz.

Ardışık yarıklar arası mesafeyi d olarak alalım.

Eğer yarıklara gelen orijinal dalga düzgün ve yarık düzlemine paralel ise bütün yarıkların aynı fazda sürüldüklerini kabul edebiliriz (Şekil-6).

Ardışık yarıklardan bir P noktasına ulaşan ikincil dalgalar arasındaki yol farkı $d\sin\theta$ 'ya eşittir.



Bunun sonucu olarak , ardışık iki kaynaktan giden dalgalar arasındaki $t' = d\sin\theta/v$ 'ye eşit bir zaman farkının sebep olduğu faz farkı δ :

$$\delta = \omega t' = \frac{\omega d \sin\theta}{v} = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

Böylece P noktasındaki bileşke yer değiştirme ifadesi

$$y_p(t) = A_0 \cos(\omega t - \varphi_1) + A_0 \cos(\omega t - \varphi_1 - \delta) + A_0 \cos(\omega t - \varphi_1 - 2\delta) + \dots$$

şeklinde N tane terimin toplamıdır.

Burada $\varphi_1 = kr_1 = \frac{2\pi r_1}{\lambda}$ terimi ilk yarık ile P noktası arasındaki r_1 uzaklığı ile ilgili faz farkıdır.

(Çok sayıda dalgaının üst üste gelmesi 2. bölümde anlatılmıştı)

Bileşke vektörün A genliği, her biri en yakınındaki komşusu ile δ açısı yapan A_0 uzunluğunda N tane vektörün toplanması:

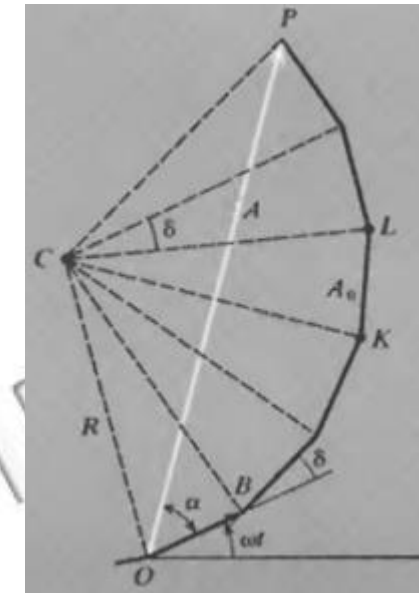
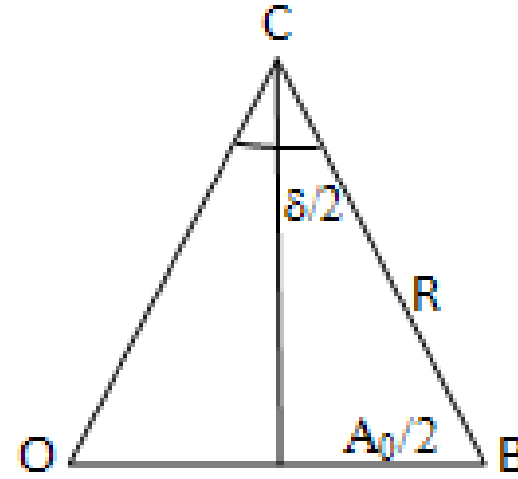
$$A = A_0 \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin(\delta/2)}$$

2. BÖLÜM

$$A_0 = 2R \sin(\delta/2)$$

$$A = 2R \sin(N \delta/2)$$

$$A = A_0 \frac{\sin(N \delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$



Aynı zamanda A bileşke vektörü (**OP**) ile birinci vektör (**OB**) arasındaki α faz açısı,

$$\alpha = COB - COP = \left[90^\circ - \frac{\delta}{2}\right] - \left[90^\circ - \frac{N\delta}{2}\right] = \frac{(N-1)\delta}{2} \quad (2.8)$$

eşitliği elde edilir. Bileşke vektörün x bileşeni için ifadeyi

$$X = A_0 \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \cos[wt + \alpha] \quad (2.9)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu ifade kırınım ağının (ızgara) davranışlarını analiz etmede bir temel oluşturur.

P noktasında bileşke dalganın şiddeti

$$I = A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right)} = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}, \quad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

Burada $I_0 = A_0^2$ her bir yarıktan gelen dalganın (optikte ışığın) şiddetidir.

Eğer $N = 2$ alırsak

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)} = I_0 \frac{(2\sin\beta\cos\beta)^2}{\sin^2\beta} = 4I_0\cos^2\beta = 4I_0\cos^2\delta/2 = 4A_0^2\cos^2\delta/2$$

veya

$$I = 4A_0^2\cos^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right) \text{ elde ederiz.}$$

Bu daha önce çift yarıktaki Young deneyi sonucundan başka bir şey değildir (slayt 35).

Şimdi N yarık içeren girişim ızgarası deneyinde şiddet deseninin davranışına bakalım:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}$$

i) $\beta = \frac{\delta}{2} = 0$ ise üst üste gelen vektörler birbirlerine paralel olup birbiri ile toplanırlar:

$$A = NA_0$$

Bu durumda mümkün en büyük bileşke vektör genliğini ifade etmekte olup aynı zamanda

$$d \sin \theta = n \lambda$$

ifadesi ile tanımlı θ 'nın her değeri için mümkündür.

Yani d aralıkları ile yan yana gelmiş N tane yarıktan oluşan bir kırınım ağı, aynen çift yarık örneğinde olduğu gibi aynı doğrultularda temel maksimumlara sahiptir.

$$ii) \beta = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{N}, \frac{2\pi}{N} \dots\dots$$

Olduğunda ise vektör bileşenleri kapalı bir çokgen oluşturur ve $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ olur.

Bu sonuç, $A = A_0 \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin(\delta/2)}$ denkleminde açık bir şekilde anlaşılır.

Çünkü $\frac{N\delta}{2}$ açısı, π 'nin tam katlarına eşit olduğu zaman A ifadesinin payı sıfır olur.

İkincil Maksimumlar:

Yukarıda verilen temel maksimumlar arasında daha küçük şiddetli maksimumlara karşılık gelen δ ve θ değerleri de vardır.

Bu maksimumlara çok yarıklı girişim deneyinin ikincil maksimumları denir ve

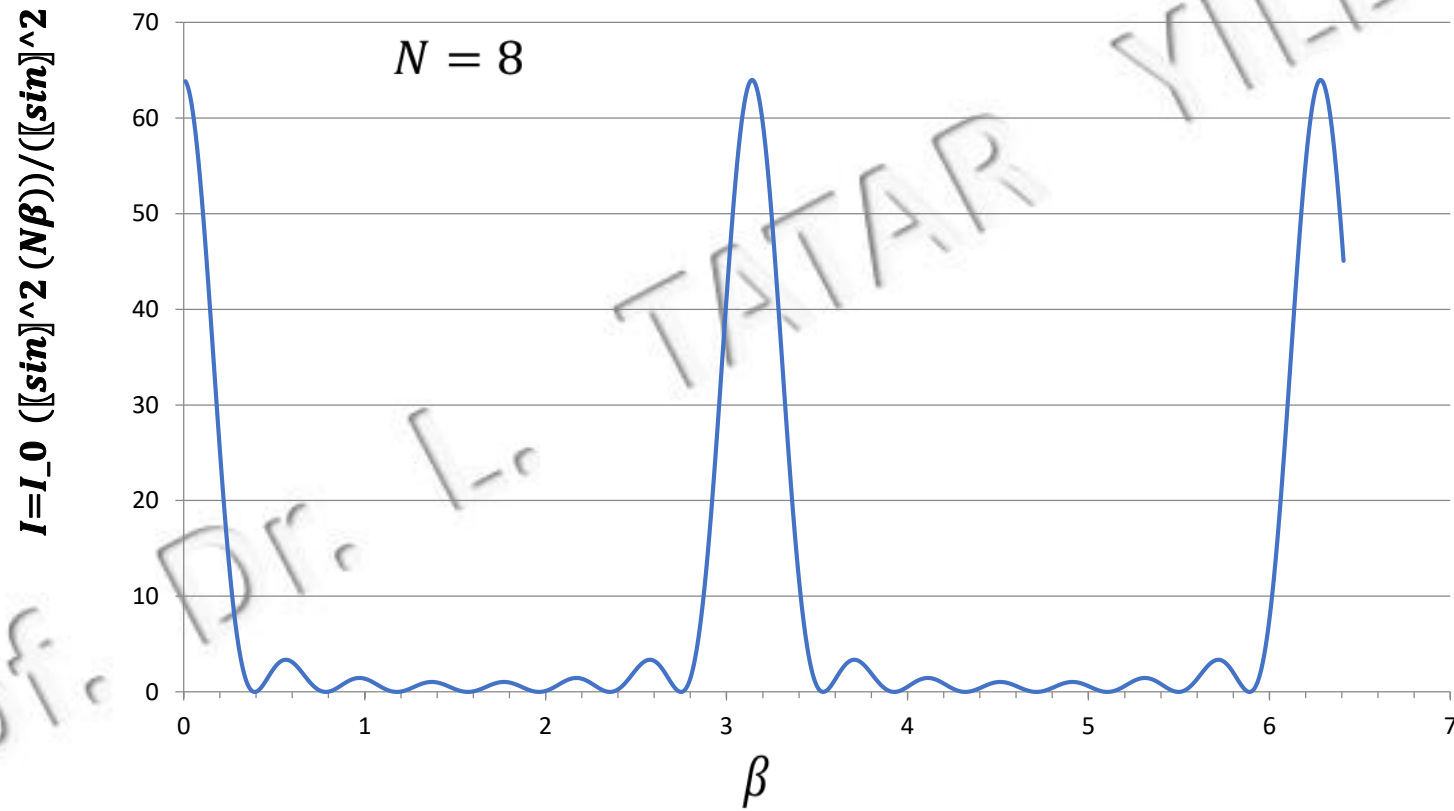
$I = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}$ denkleminde hesaplayarak göreceğimiz gibi bu ikincil

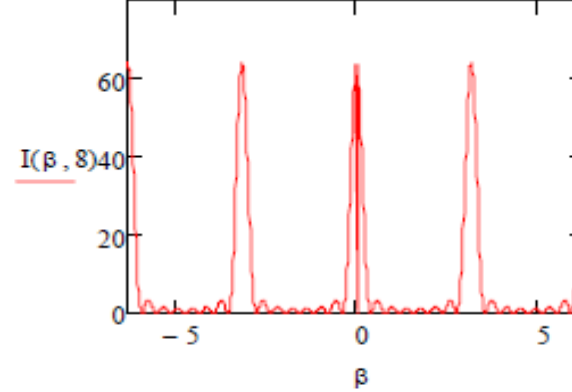
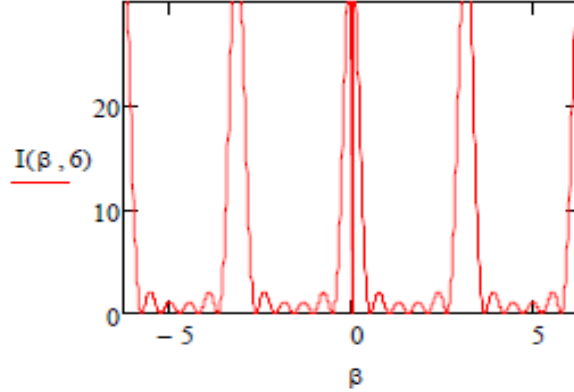
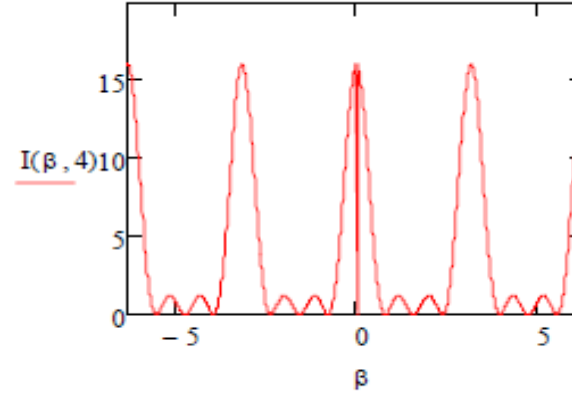
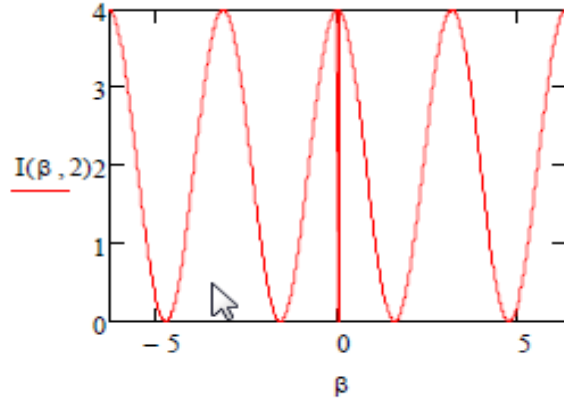
maksimumların tam açısal konum ve bağıl genlik değerleri tam olarak bilinmemesine rağmen bunların genlikleri temel maksimumların genliklerinden daha küçüktür.

Şekil – 7’de $N = 2$, $N = 4$, $N = 6$ ve $N = 8$ için $I = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}$ denklemi ile

verilen şiddetin β ’ye karşı grafiği verilmiştir. Temel maksimumlar arasında ikincil maksimumlar da görülmektedir. Ardışık iki temel maksimum arasında $N - 2$ adet ikincil maksimum değer olduğu görülmektedir.

N=8 için





Şekil-7. $N = 2, N = 4, N = 6$ ve $N = 8$ için 35-denklemleri ile verilen şiddetin I , β 'ye karşı grafiği (MATHCAD programı ile çizilmiştir).

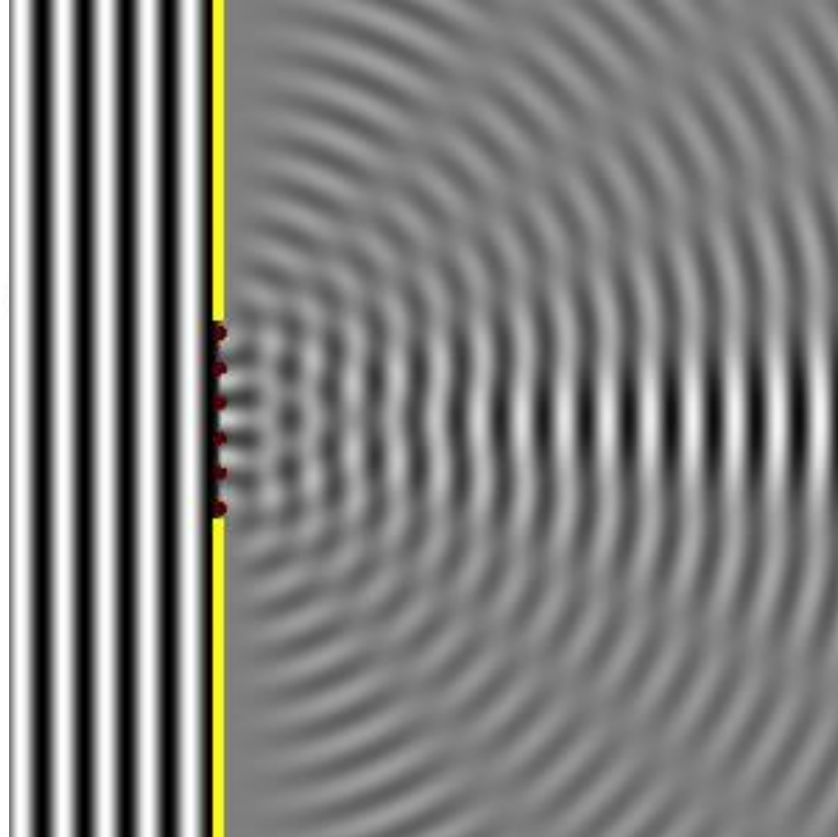
Daha çok yarığın kullanılması temel maksimumu daha da keskinleştirir.

Bu özellik, spektroskopide kırınım ızgarasını kullanışlı bir alet yapar.

Çünkü kırınım ızgarası belli bir dalga boyundaki ışık için oldukça keskin bir açısal çözünürlük (resolution) ifade eder.

KIRINIM

Sesin bir köşe etrafında büküldüğünü biliyoruz. Noktasal bir kaynaktan çıkan ışık keskin bir köşeye gelip gölge oluşturulduğunda, gölgenin köşesi hiçbir zaman keskin olmaz. Gölge olduğunu düşündüğümüz bölgede bir miktar ışık vardır ve aydınlatılan bölgede ardışık aydınlık ve karanlık saçaklar gözlemleriz. Kırınım bazen “ışığın köşelerden geçerken eğilmesi” olarak anlatılır. Kırınım her türlü dalga olayı için geçerlidir.



Girişim Kırınım Ayrımı

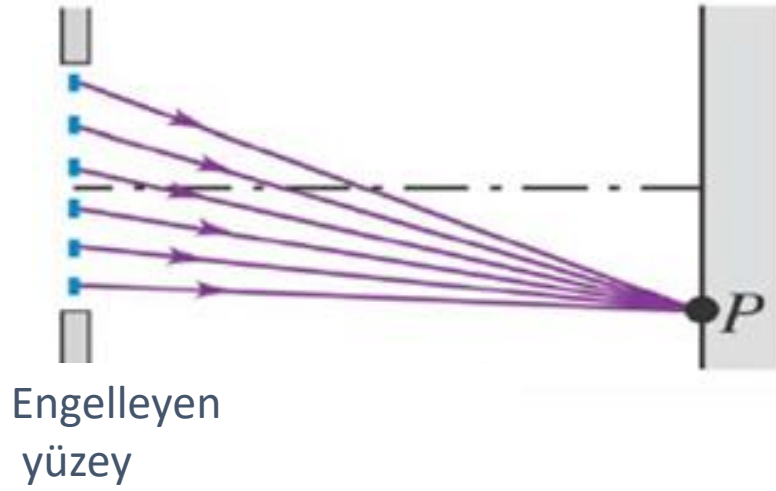
Kırınım ile girişim arasında gerçekte bir ayırım yoktur. Tarihsel nedenlerle, sonlu sayıda , ayrı, eş fazlı kaynakların katkılarının üst üste gelmesi ile oluşmuş genlik ya da şiddet örneğine genellikle bir **girişim** deseni denir.

Böylece iki dar yarığın oluşturduğu girişim örneği ya da, bir geniş yarığın oluşturduğu kırınım örneği, ya da geniş iki yarığın oluşturduğu bileşik **girişim ve kırınım** örneği söz konusu olur.

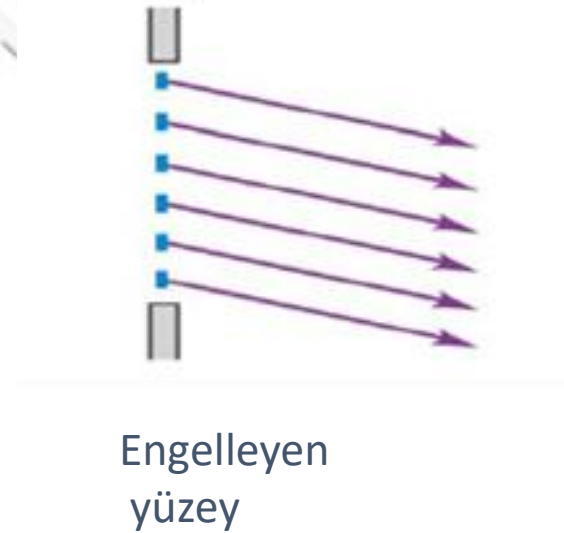
Her iki olay da aynı temel fiziksel ilkeler tarafından belirlenir: **Üstüste binme ve Huygens ilkesi.**

Sürekli, eş fazlı bir kaynaklar dağılımının katkılarının üst üste gelmesi ile oluşmuş genlik ya da şiddet örneğine ise, genellikle **kırınım** deseni denir.

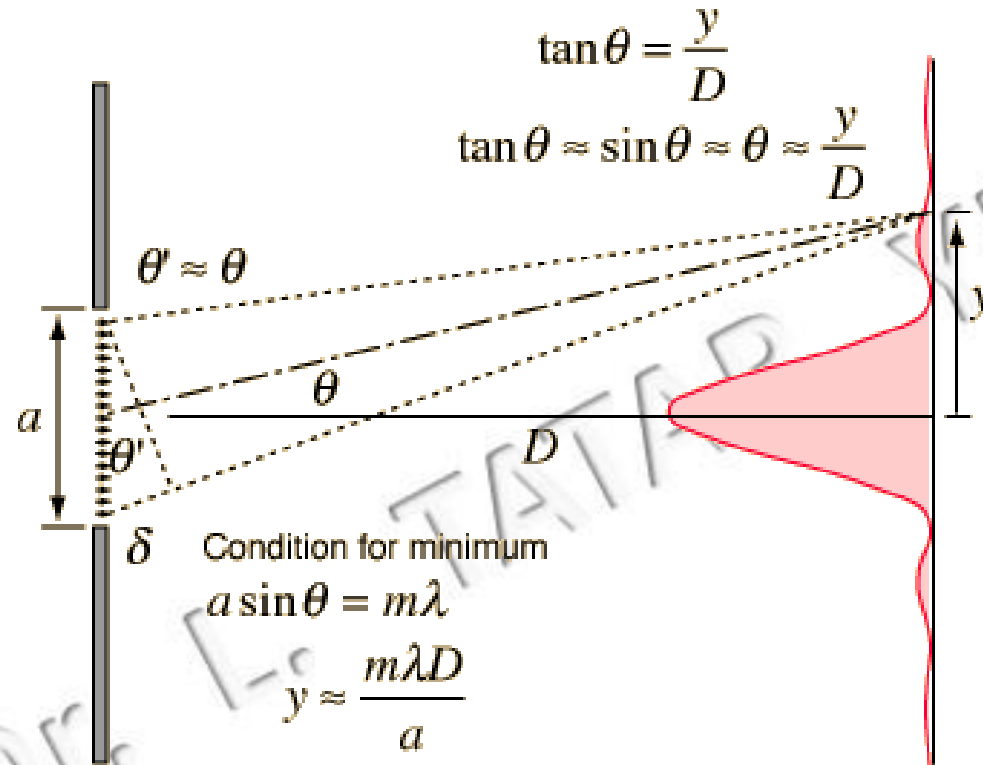
Fresnel kırınımı: Kaynak ve gözlemci engelleyen yüzeye yakın ise buna Fresnel kırınımı denir.



Fraunhofer kırınımı: Kaynak ve gözlemci engelleyen yüzeyden, giden ışınlar paralel kabul edilecek kadar uzaktaysa buna Fraunhofer kırınımı denir.



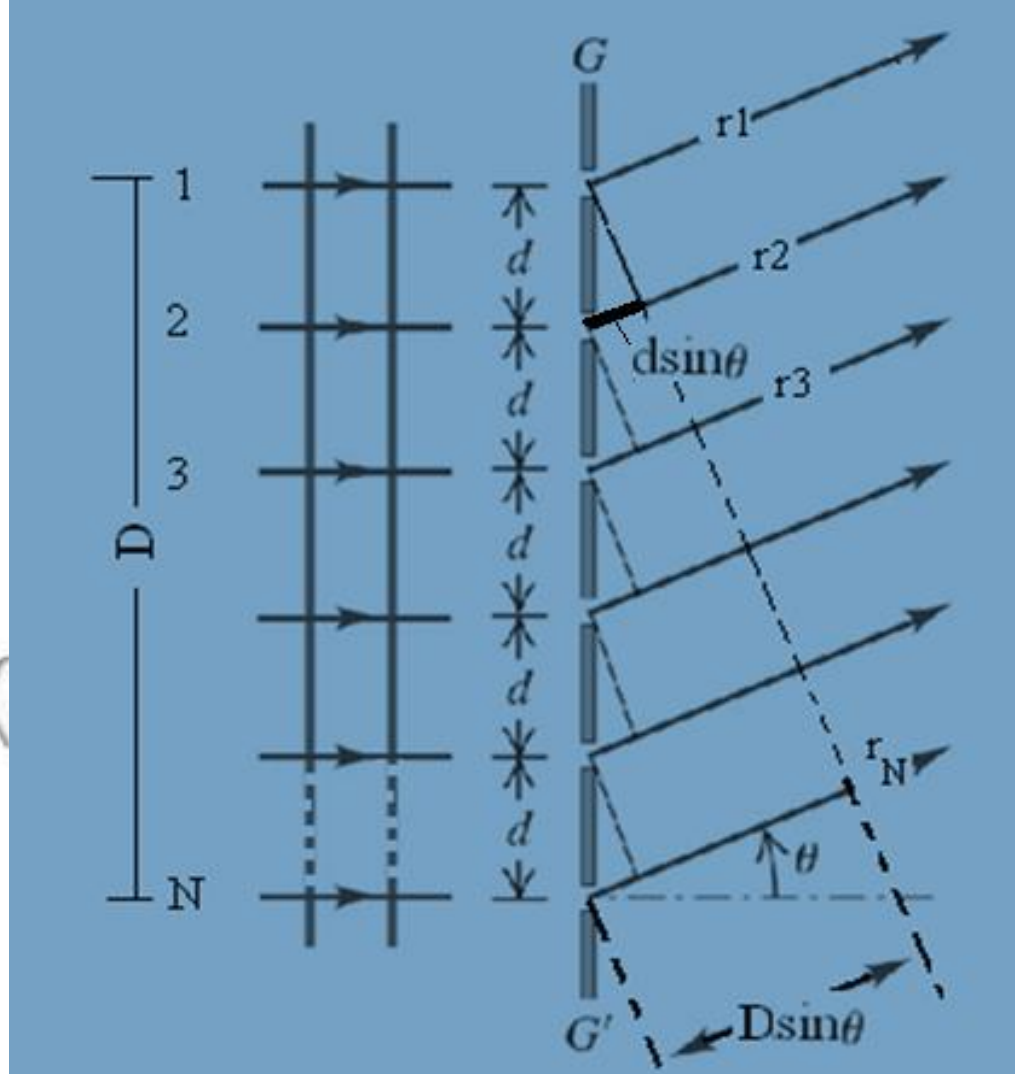
Fraunhofer Single Slit



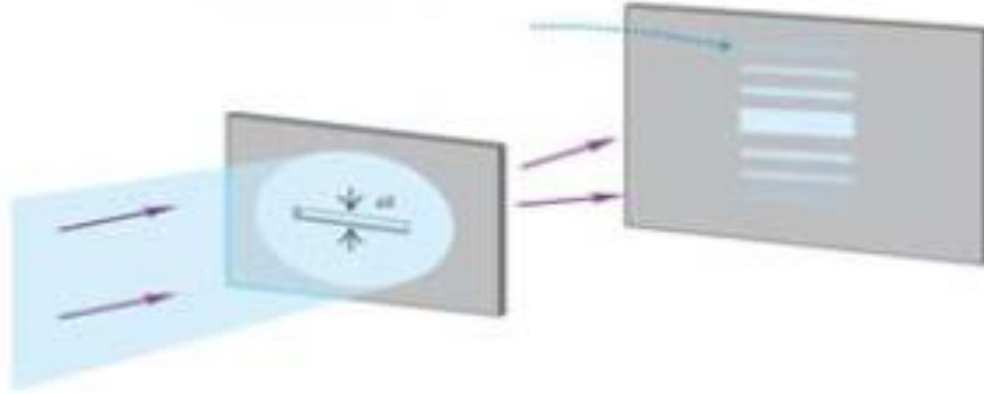
The diffraction pattern at the right is taken with a [helium-neon laser](#) and a narrow single slit.

Tek Yarıktaki Kırınım

Dar bir yarığa gönderilen tek renk ışık uzaktaki bir perdede kırınım deseni oluşturur

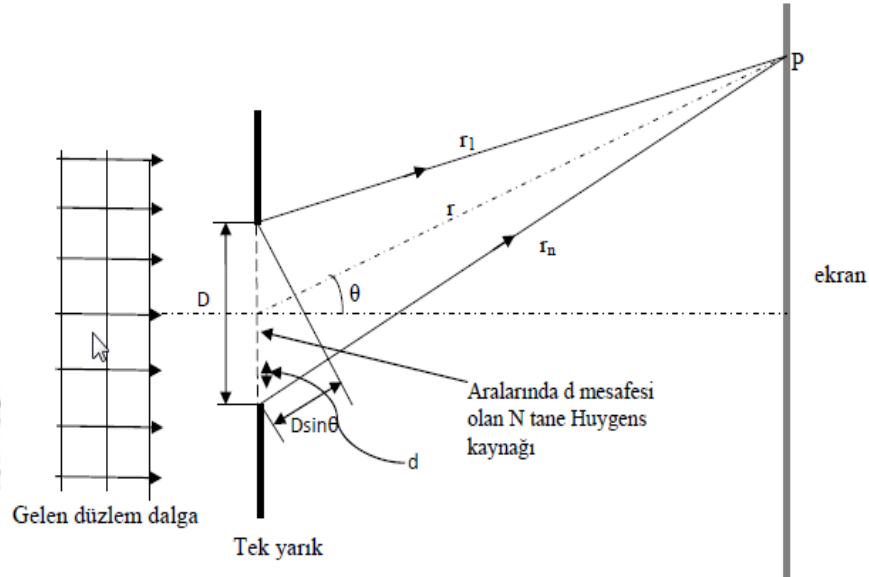


Tek Yarıktaki Kırınım



yol farkı: $r_N - r_1 = D \sin \theta$

$$\text{Faz Farkı} = k(r_N - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta$$



Burada D yarık genişliği, θ ise yarığa dik bir çizgi ile yarık merkezini P ile birleştiren çizgi arasındaki açıdır

Şekil-3. Tek yarıktaki kırınım.

Bir tek yarık içerisinde N tane Huygens dalga kaynağı olduğunu düşünebiliriz. ,

Bu durumda ardışık iki Huygens kaynağı arasındaki d uzaklığı : $d = \frac{D}{N-1}$ dir.

P noktası yarıktan yeterince uzak alındığında her bir Huygens dalgacığının P 'deki genliğini eşit alabiliriz.

Yani her dalgacığın genliği $A(r)$ alınabilir. Yarık üzerindeki Huygens dalgacıklarının eşit fazda olduğunu kabul edeceğiz. Bu nedenle P noktasında yer değiştirme üst üste gelme ilkesi kullanılarak,

$$y = A(r) \cos(kr_1 - wt) + A(r) \cos(kr_2 - wt) + \dots + A(r) \cos(kr_N - wt)$$

$$y_k = A(r) e^{-iwt} (e^{ikr_1} + e^{ikr_2} + \dots + e^{ikr_N})$$

$$r_2 = r_1 + d \sin \theta$$

$$r_3 = r_1 + 2d \sin \theta$$

.....

$$r_N = r_1 + (N - 1)d \sin \theta$$

bütün terimlerde ortak olan e^{ikr_1} 'i parantez dışına alınarak

$$y_k = A(r)e^{-i\omega t}e^{ikr_1}(1 + e^{ik(r_2-r_1)} + e^{ik(r_3-r_1)} + \dots) = A(r)e^{-i\omega t}e^{ikr_1}S$$

Burada S, parantez içindeki geometrik seriyi göstermektedir

$$S = 1 + e^{ik(r_2-r_1)} + e^{ik(r_3-r_1)} + \dots = 1 + e^{ikd\sin\theta} + e^{ik2d\sin\theta} + \dots + e^{ik(N-1)d\sin\theta}$$

S'nin terimleri üslerindeki $k d \sin\theta$ niceliği d aralıklı kaynaklardan gelen dalgaların faz farkıdır ve bunu $\Delta\varphi$ ile gösterirsek

$$\Delta\varphi = k d \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

$$S = 1 + e^{i\Delta\varphi} + e^{i2\Delta\varphi} + \dots + e^{i(N-1)\Delta\varphi}$$

$$S = \frac{e^{iN\Delta\varphi} - 1}{e^{i\Delta\varphi} - 1}$$

$$S = \frac{e^{i(1/2)N\Delta\varphi} [e^{i(1/2)N\Delta\varphi} - e^{-i(1/2)N\Delta\varphi}]}{e^{i(1/2)\Delta\varphi} [e^{i(1/2)\Delta\varphi} - e^{-i(1/2)\Delta\varphi}]} = [e^{i(\frac{1}{2})(N-1)\Delta\varphi}] \frac{\sin(N\Delta\varphi/2)}{\sin(\Delta\varphi/2)}$$

$$y_k = A(r)e^{-it}e^{ikr_1}S = A(r)e^{-i\omega t}\left[e^{i(kr_1 + \frac{1}{2}(N-1)\Delta\varphi)}\right] \frac{\sin(1/2)N\Delta\varphi}{\sin(1/2)\Delta\varphi}$$

Burada $r = r_1 + \frac{1}{2}(N-1)d\sin\theta = r_1 + \frac{1}{2}D\sin\theta$

büyüklüğü, gözlem noktasından (P noktası) yarığın ortasına olan uzaklıktır

P noktasındaki elektrik alan E için

$$E(r, \theta, t) = \frac{A(r)\sin(N\Delta\varphi/2)}{\sin(\Delta\varphi/2)} \cos(kr - \omega t) = E(r, \theta) \cos(kr - \omega t) \quad \text{elde edilir.}$$

N =2 için bu eşitlik

$$E(r, \theta, t) = \frac{A(r)\sin\Delta\varphi}{\sin(\Delta\varphi/2)} \cos(kr - \omega t) = \frac{2A(r)\sin(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\varphi/2)}{\sin(\Delta\varphi/2)} \cos(kr - \omega t)$$

$$E(r, \theta, t) = [2A(r)\cos(\Delta\varphi/2)] \cos(kr - \omega t)$$

Bu bağıntının daha önce çift yarık Young deneyinde elde ettiğimiz sonuç ile aynı formda olduğuna dikkat ediniz. $y_p(t) = 2 A_0 \cos[\pi d \sin\theta / \lambda] \cos[\pi r \lambda - \omega t]$

Şimdi D' 'yi sabit tutalım ve N sonsuza gitsin.

Bu durumda d aralığı sıfıra ve bu yüzden ardışık dalga kaynakları arasındaki $\Delta\phi$ faz farkı sıfıra gider.

Birinci ve N' inci kaynakların P 'deki katkıları arasındaki toplam Φ faz kayması, tam olarak $(N - 1) \Delta\phi$ 'dir.

$$\Phi = (N - 1)\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} N d \sin\theta = k D \sin\theta$$

$$\Phi \cong N\Delta\phi \quad N \gg 1$$

$$A(r, \theta) = A(r) \frac{\sin(N\Delta\phi/2)}{\sin(\Delta\phi/2)} \cong A(r) \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\sin \frac{\Phi}{2N}}$$

N 'nin yeterince büyük olduğu sınırdaki paydayı seriye açar ve yalnız ilk terimle yetinebiliriz:

$$\sin \frac{\Phi}{2N} \cong \frac{\Phi}{2N}$$

$$A(r, \theta) = A(r) \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} = NA(r) \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}$$

P 'deki bileşik alan

$$y(r, \theta, t) = A(r, 0) \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \cos(kr - wt)$$

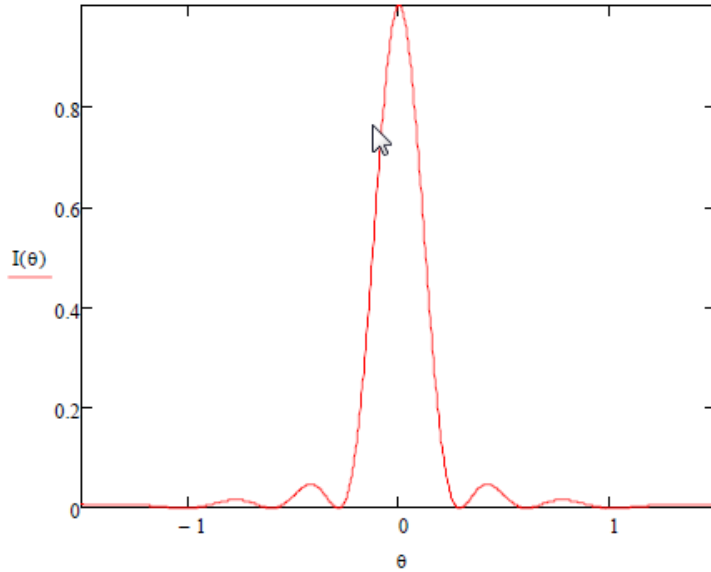
Şiddet : (sabit r için) $I(r, \theta) = I_0 \left[\frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right]^2$

θ sıfıra giderken Φ 'nin değeri de sıfıra gider ($\Phi = kD \sin \theta$)

$$\lim_{\Phi \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} = 1$$

P'deki toplam genlik $A(r, 0) = NA(r)$ olur.

Tek Yarıktaki Kırınım Deseninin Şiddeti



Şekil-5. Dalga boyu $\lambda = 0,85$ cm ve yarık genişliği $D = 3$ cm alınarak şiddetin açığa bağlı davranışı. Burada θ radyan cinsindendir

Merkezi maksimumun , şiddet bölgesinin diğer hepsinden çok daha geniş olduğuna ve şiddet tepeleri desenin merkezinden uzaklaştıkça hızlıca azaldıklarına dikkat ediniz.

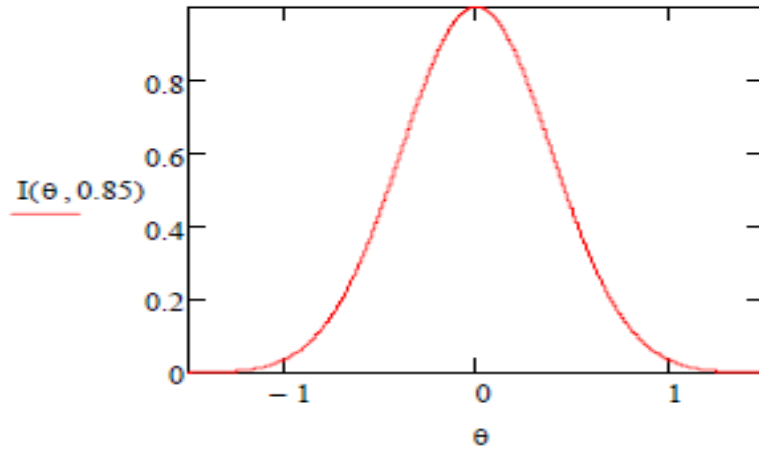
karanlık saçak

$$\sin \theta = m \lambda / D \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

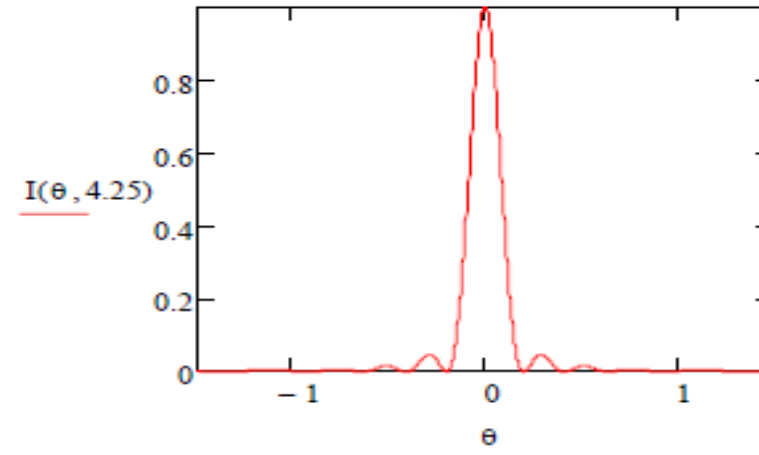
$\sin \theta = 0$ durumunun aydınlık saçığa karşılık geldiğine dikkat ediniz. Bu durumda tüm yarıktan gelen dalga P noktasına aynı fazda gelir.

Küçük açılarda m .ci karanlık saçığın merkeze uzaklığı

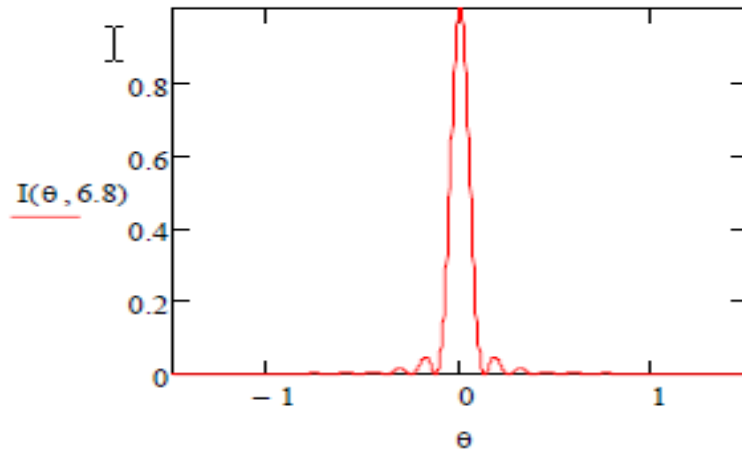
$$y_m = L m \lambda / D$$



$$D = \lambda$$



$$D = 5\lambda$$

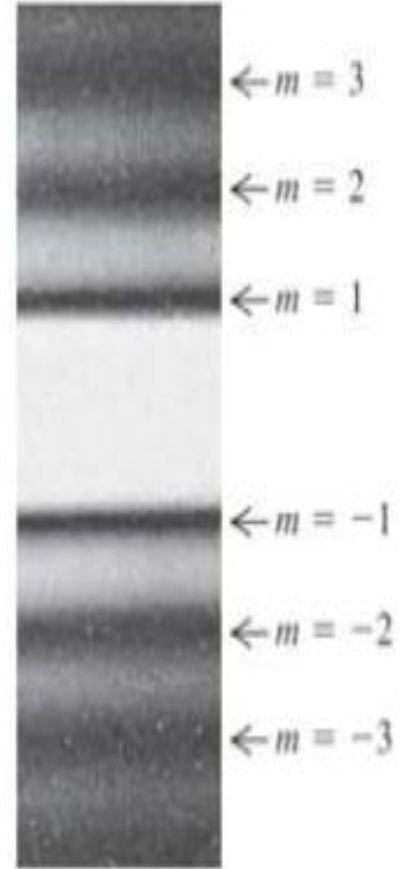


$$D = 8\lambda$$

Küçük açılar için, kırınım deseninin açısal genişliği
yarık genişliği D ile ters orantılıdır
veya daha hassas olarak, D/λ oranıyla ters
orantılıdır.

$$y_m = L m \lambda / D$$

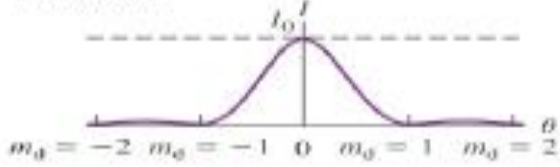
Şekilde-6'da üç farklı D/λ değeri için θ açısına bağlı şiddet grafiği verilmiştir.



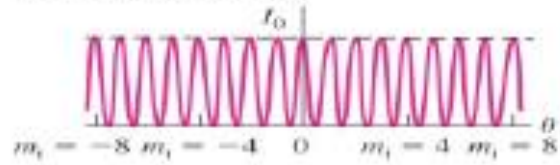
Şekil-7. $m = \pm 1, \pm 2$ ve ± 3 için karanlık saçakların belirtildiği bir tek yarıktaki kırınım deseninin resmi.

Belirli Genişlikte İki Yarık

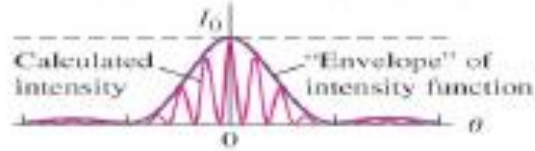
(a) Single-slit diffraction pattern for a slit width a



(b) Two-slit interference pattern for narrow slits whose separation d is four times the width of the slit in (a)



(c) Calculated intensity pattern for two slits of width a and separation $d = 4a$, including both interference and diffraction effects



(d) Actual photograph of the pattern calculated in (c)



For $d = 4a$, every fourth interference maximum at the sides ($m_i = \pm 4, \pm 8, \dots$) is missing.

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley

- Şekil-8a, genişliği D olan tek bir yarığın oluşturduğu kırınım desenindeki şiddeti gösteriyor. Karanlık kırınım saçakları $m_d = \pm 1, \pm 2, \dots$ tamsayıları ile işaretlenmiştir.

- Şekil-8b'de, aralarında d uzaklığı olan iki çok dar yarığın oluşturduğu girişim desenini göstermektedir.

- Şekil 8.c' $d = 4a$
(d : yarıklar arası uzaklık, a : yarık genişliği)

Yarık genişliğinin belirli bir büyüklükte olmasının etkisi, tek yarıқта kırınım ve çift yarıқта girişim desenin üst üste binmesi şeklinde bir desen vermektedir.

Yani her noktada iki şiddetin çarpımıdır. İki yarık tepeleri önceki durumla aynı konumdadır, fakat şiddetleri, bir zarf görevi yapan tek yarık deseni ile farklılaştırılmıştır.

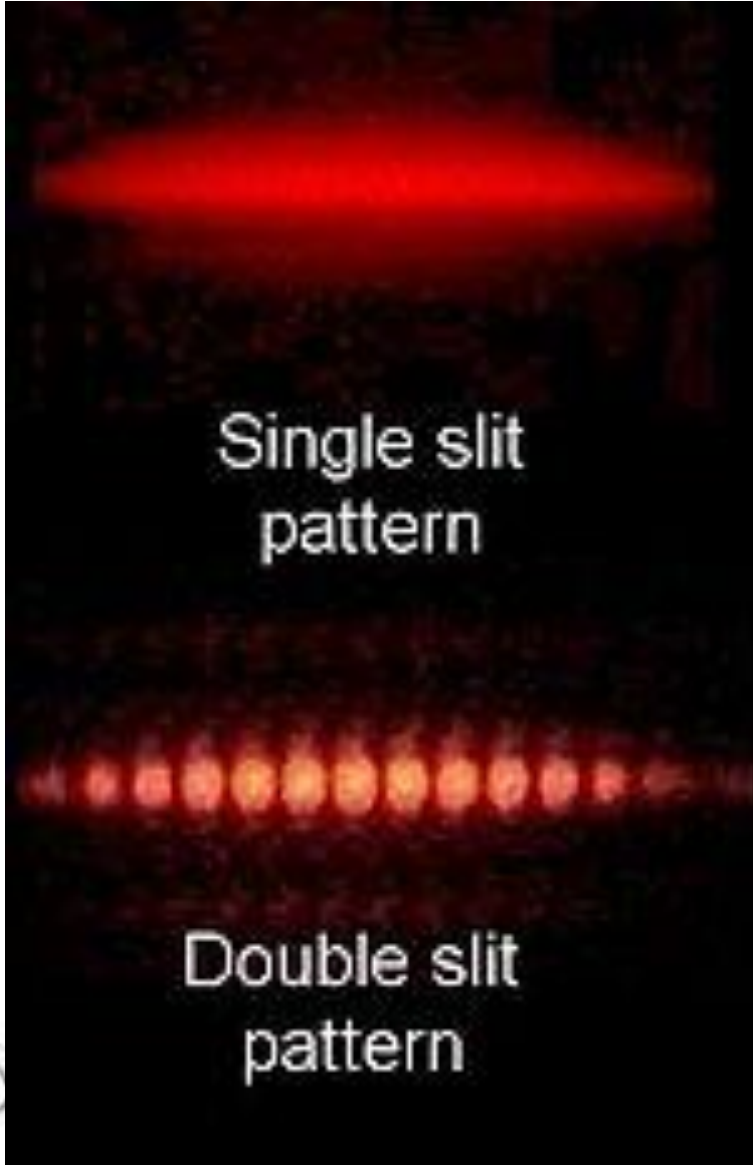
Şekil-8 Tek ve çift yarıқта kırınım olayının karşılaştırılması.

Şekil-8c'de gösterilen şidet için ifade, tek yarıktaki kırınım (17) ve iki yarıktaki girişim (*Girişim konusu anlatılırken verilen 24 ve 28 nolu ifadelerle bakınız*) için elde edilen ifadelerin çarpımıdır:

$$I = I_0 \cos^2(\Phi/2) [\sin(\beta/2) / (\beta/2)]^2 \quad (\text{Belli genişlikte iki yarık})$$

Burada $\Phi = (2\pi/\lambda) b \sin\theta$ ve $\beta = (2\pi/\lambda) D \sin\theta$ dır.

Aralarındaki mesafe 0.7 mm olan bir çift yarığın



a) Teki kapalı olduğundaki kırınım deseni

b) Her ikisi açık olduğunda kırınım-girişim deseni.